

空間図形

多面体

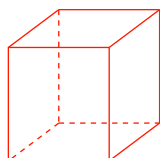
年 組 番

氏名

1

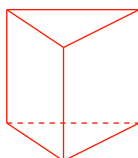
次の立体は何面体ですか。その立体の図をかいて答えなさい。

(1) 直方体



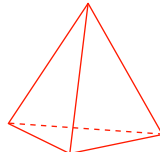
六面体

(2) 三角柱



五面体

(3) 三角すい



四面体

●正多面体とは…

① どの面も合同な正多角形になっている。

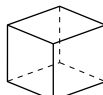
② どの頂点にも同じ数の面が集まっている。

①②の性質をもち、
へこみのないものが**正多面体**です。
右に示した5種類しかありません。

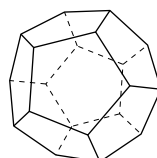
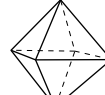
正四面体



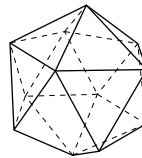
立方体



正八面体



正十二面体



正二十面体

2

なぜ面が正六角形になっている正多面体はないのでしょうか？

次の表を完成させて考察しなさい。

★Hint! 1つの頂点に集まる面の角の合計が 360° 以上になるとどうなるかな？

1つの面の 図形	1つの 角の大きさ	1つの頂点に集まる面の数と角の合計			
		3	4	5	6
正三角形	60°	180°	240°	300°	360°
正方形	90°	270°	360°	450°	540°
正五角形	108°	324°	432°	540°	648°
正六角形	120°	360°	480°	600°	720°

《考察》

立体ができるためには1つの頂点に3つ以上の面が集まる必要がある。
正六角形では3つ集まると 360° になるため多面体はできない。

空間図形

正多面体を調べよう

年 組 番

氏名

1 正多面体について、下の手順に従って表を完成させなさい。

	1つの面を囲む辺の数	多面体の面の数	多面体の頂点の数	多面体の辺の数	1つの頂点に集まる面の数
正四面体	3	4	4	6	3
正六面体	4	6	8	12	3
正八面体	3	8	6	12	4
正十二面体	5	12	20	30	3
正二十面体	3	20	12	30	5

- 「1つの面を囲む辺の数」を記入する。
- 「多面体の面の数」を記入する。
- 「1つの頂点に集まる面の数」を記入する。
- 次の式の値を計算して、「多面体の頂点の数」に記入する。

$$\text{「1つの面を囲む辺の数」} \times \text{「多面体の面の数」} \div \text{「1つの頂点に集まる面の数」}$$

- 次の式の値を計算して、「多面体の辺の数」に記入する。

$$\text{「1つの面を囲む辺の数」} \times \text{「多面体の面の数」} \div 2$$

2 上の表から、正多面体の面の数、頂点の数、辺の数にはどんな関係式が成り立つかを考えなさい。

$$\text{（面の数）} + \text{（頂点の数）} - \text{（辺の数）} = 2$$

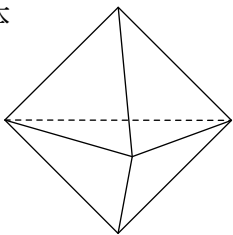
3 右の図のようにすべての面が正三角形になっている六面体について、次の問いに答えなさい。

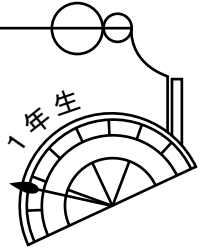
- 面の数、頂点の数、辺の数を求めなさい。

$$\text{面の数} = 6 \qquad \text{頂点の数} = 5 \qquad \text{辺の数} = 9$$

- この立体は正六面体と言えますか。理由とともに答えなさい。

正六面体とは言えない。
 （理由）頂点によって、集まっている面の数が違う（3または4）から。





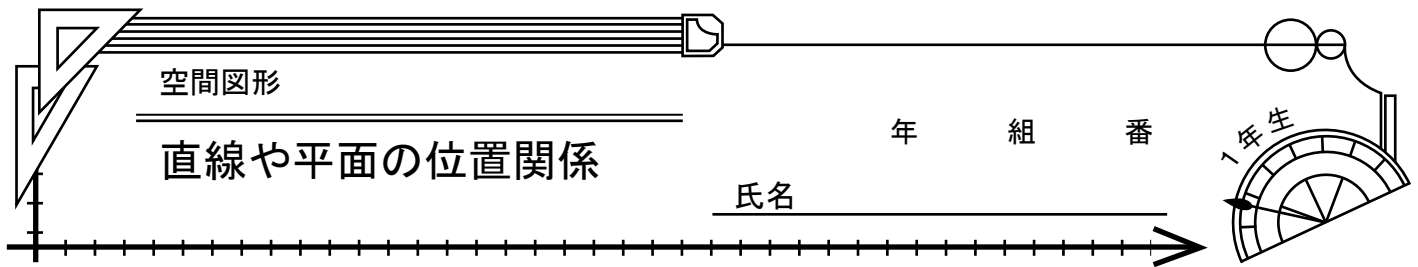
1

次の表の空らんには、見取り図や名称をかきなさい。

底の形	三角形	四角形	円
柱			
名 称	三角柱	四角柱	円柱
すい 錐			
名 称	三角すい	四角すい	円すい

2

上の表の見取り図に、「底面」「高さ」「頂点」「母線」を書き込みなさい。
 （すべての立体に4つの言葉が入るわけではありません。）



1

次のもので、1つの平面が決まるものを選びなさい。

- ① 1つの直線
- ② 交わる直線
- ③ 平行な2直線
- ④ ねじれの位置にある直線
- ⑤ 同じ直線上にない3点

2

次の図のような、 $\angle ABC$ が 90° の三角柱について、次の問いに答えなさい。

(1) 辺ACと平行な辺はどれですか。

辺DF

(2) 辺DEと垂直に交わる辺はどれですか。

辺AD、辺BE、辺EF

(3) 辺ABとねじれの位置にある辺はどれですか。

辺DF、辺EF、辺CF

(4) 辺CFと平行な面はどれですか。

面ADEB

(5) 辺CFと垂直な面はどれですか。

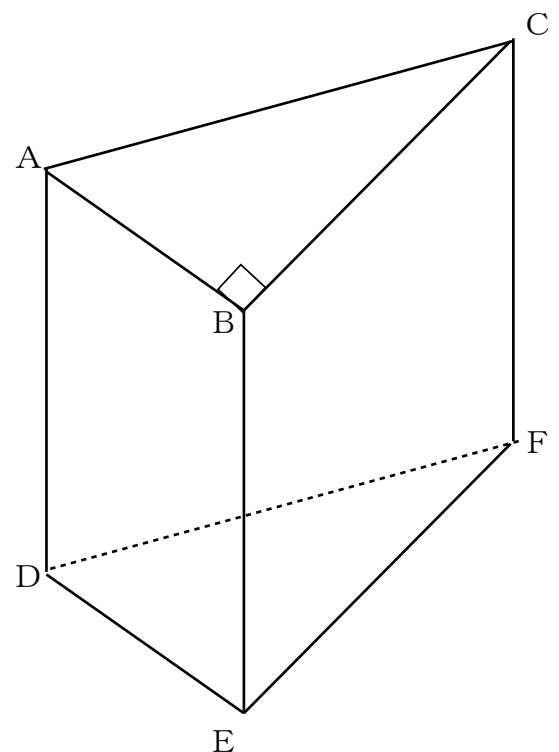
面ABC、面DEF

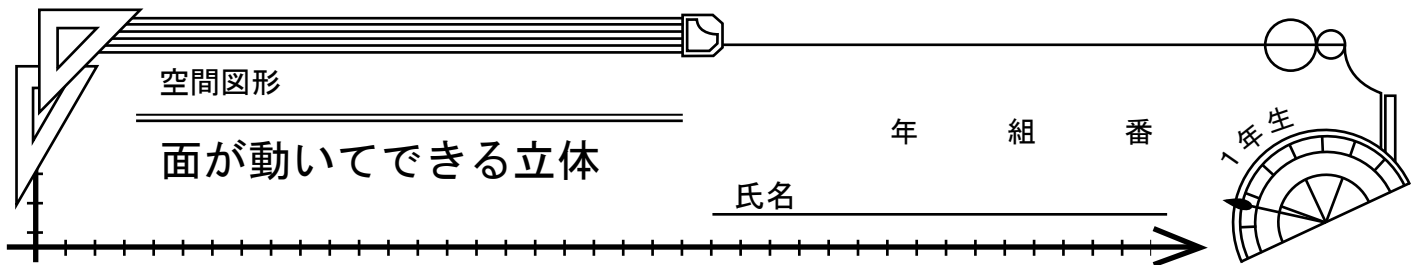
(6) 面DEFと平行な面はどれですか。

面ABC

(7) 面ADEBと垂直な面はどれですか。

面ABC、面DEF、面BEFC





1

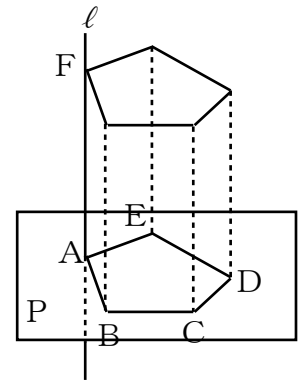
五角形 $A B C D E$ が、この五角形を含む平面 P の垂線 ℓ にそって平行に点 A から点 F まで動く。このとき、以下の問いに答えなさい。

(1) 五角形 $A B C D E$ が動いてできる立体はなんですか。

五角柱

(2) 線分 $A F$ の長さは、その立体の何を表していますか。

高さ

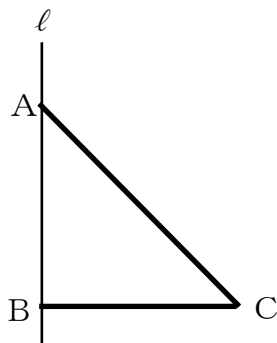


2

次の図形を直線 ℓ を軸として1回転させるとき、以下の各問いに答えなさい。

① $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形

② $AD \parallel BC$ の台形



(1) ①はどんな立体ですか。

円錐

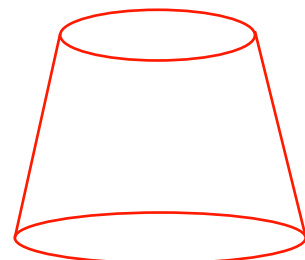
(2) ①で辺 $A C$ が動いたあとは、立体の何になりますか。

側面

(3) ①で辺 $A C$ を立体の何といいますか。

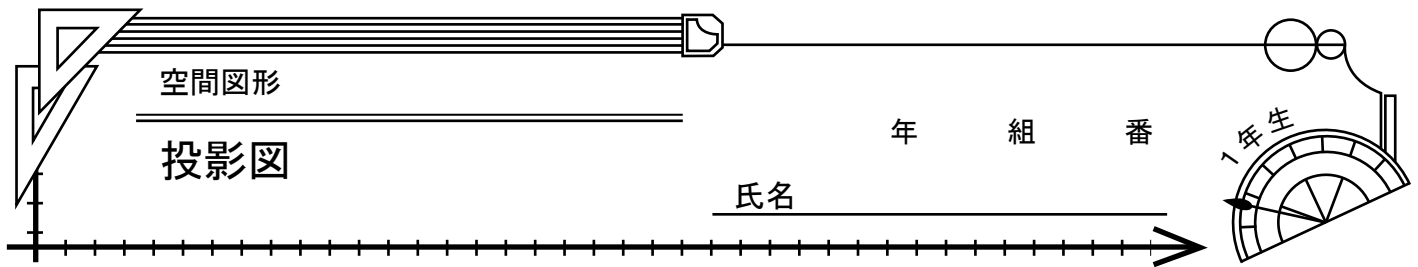
母線

(4) ②の立体の見取り図を書きなさい。



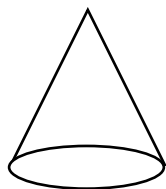
(5) ②の立体は、回転の軸を含む平面で切ると、切り口はどんな図形になりますか。

台形

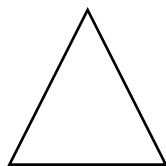


1 次のア～イに入る言葉を右下の答えのらんに書きましょう。

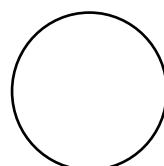
立体を平面上に表す方法として、見取り図や展開図の他に、立体をある方向から見て平面に表す方法がある。立体をある方向から見て平面に表した図を投影図といい、正面から見た投影図を、ア、上から見て平面に表した図をイという。円錐を下の図のように置いて ア と イ をかくと、下の図のようになる。



円錐



ア



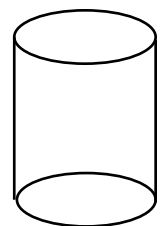
イ

答 ア 立面図

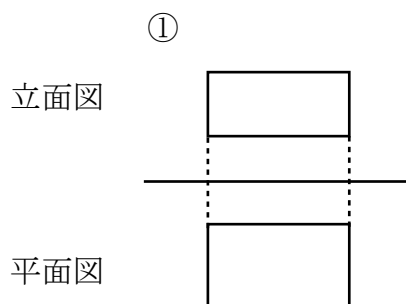
答 イ 平面図

2 次の図のように円柱を置くとき、立面図と平面図はそれぞれどんな図形になりますか。言葉や名称で答えなさい。

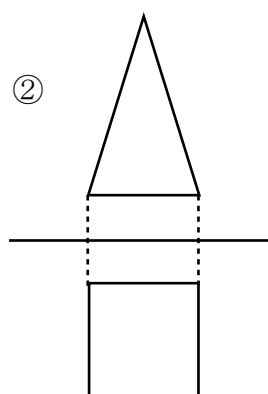
立面図 長方形 平面図 円



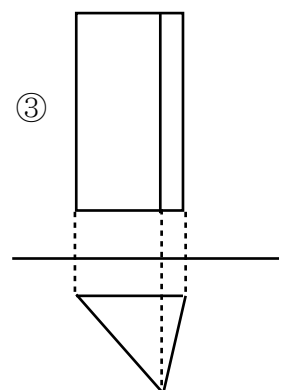
3 下の図の①～③の投影図は直方体、三角柱、四角柱、三角錐、四角錐、円柱、円錐のうち、どの立体を表していますか。



答 ① 直方体



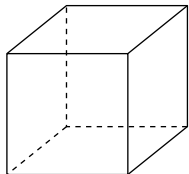
答 ② 四角錐



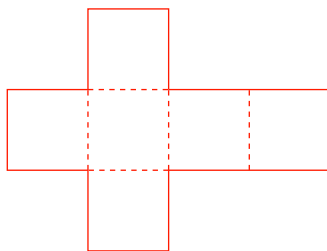
答 ③ 三角柱

1 それぞれの立体の展開図をかきなさい。

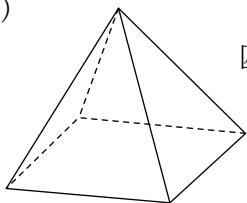
(1)



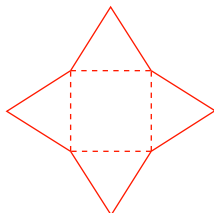
立方体



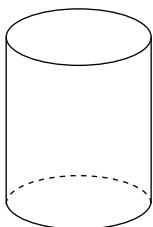
(2)



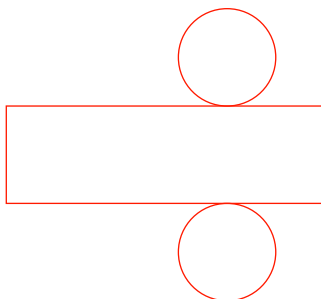
四角すい



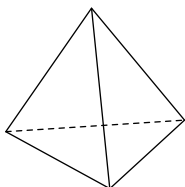
(3)



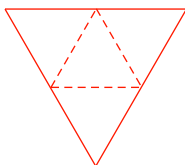
円柱



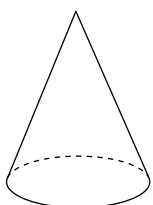
(4)



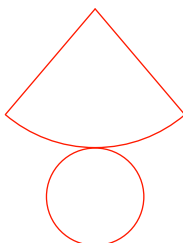
正四面体



(5)



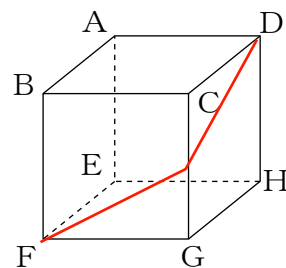
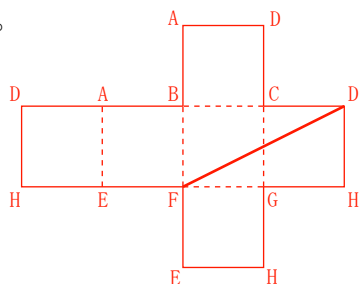
円すい



1

右図の立方体の頂点DとFの最短距離（立体の表面を通る）について、次の問いに答えなさい。

- (1) 右の見取図に最短の道筋をかきこみなさい。
- (2) 立方体の展開図をかき、(1)でかいた道筋を記入してみましょう。



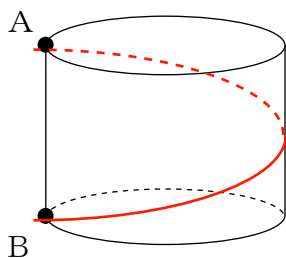
別解が5つあります。

- ・ 辺BCを通る線
- ・ 辺AEを通る線、辺ABを通る線
- ・ 辺EHを通る線、辺GHを通る線

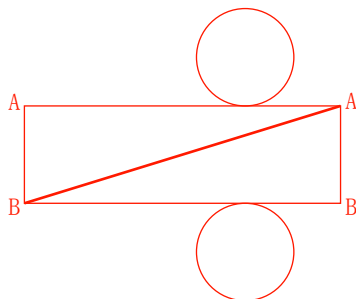
2

円柱の側面を1周するようにAからBまでひもをかけました。もっとも短くなるようにするには、どのようにかければよいですか。ひもの様子を見取図と展開図にかきこみなさい。

見取図



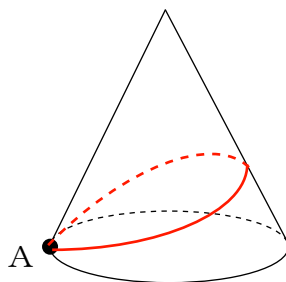
展開図



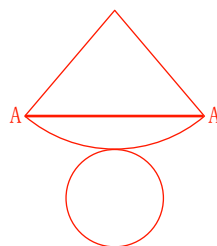
3

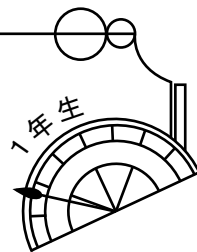
円すいの側面にAから1周ひもをかけました。ひもがもっとも短くなるようにするには、どのようにかければよいですか。ひもの様子を見取図と展開図にかきこみなさい。

見取図

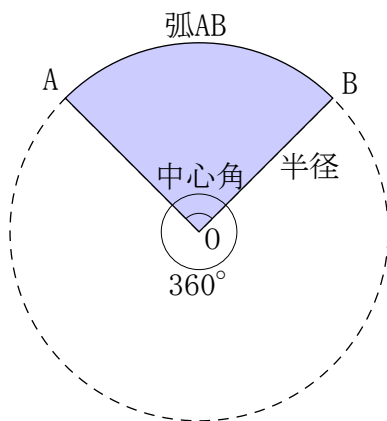


展開図





●おうぎ形の面積の求め方

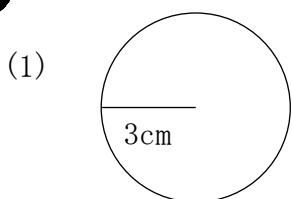
円の面積 = 半径 × 半径 × π 円周 = 直径 × π

① おうぎ形の面積 = 円の面積 × $\frac{\text{中心角}}{360^\circ}$

② おうぎ形の面積 = 円の面積 × $\frac{\text{弧 AB の長さ}}{\text{円周の長さ}}$

1

半径 3 cm の円と与えられた中心角のおうぎ形の面積を求めなさい。

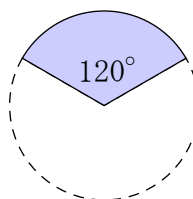


(1)

$$3 \times 3 \times \pi = 9\pi$$

$$\underline{9\pi \text{ cm}^2}$$

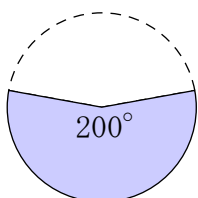
(2)



$$9\pi \times \frac{120}{360} = 3\pi$$

$$\underline{3\pi \text{ cm}^2}$$

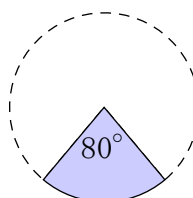
(3)



$$9\pi \times \frac{200}{360} = 5\pi$$

$$\underline{5\pi \text{ cm}^2}$$

(4)

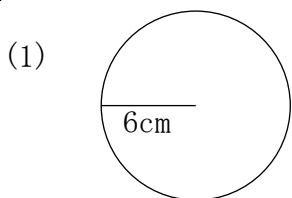


$$9\pi \times \frac{80}{360} = 2\pi$$

$$\underline{2\pi \text{ cm}^2}$$

2

半径 6 cm の円と与えられた弧の長さのおうぎ形の面積を求めなさい。



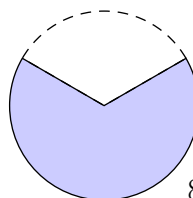
(1)

$$6 \times 6 \times \pi = 36\pi$$

$$\underline{36\pi \text{ cm}^2}$$

円周
 $6 \times 2 \times \pi = 12\pi$

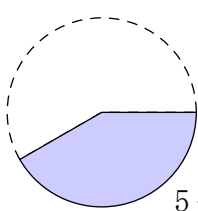
(2)



$$36\pi \times \frac{8\pi}{12\pi} = 24\pi$$

$$\underline{24\pi \text{ cm}^2}$$

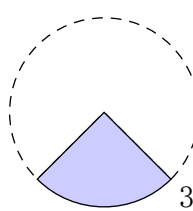
(3)



$$36\pi \times \frac{5\pi}{12\pi} = 15\pi$$

$$\underline{15\pi \text{ cm}^2}$$

(4)



$$36\pi \times \frac{3\pi}{12\pi} = 9\pi$$

$$\underline{9\pi \text{ cm}^2}$$

空間図形

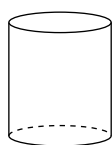
表面積・側面積

年 組 番

氏名

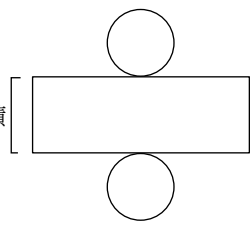
●円柱と円すいの表面積と側面積

円柱

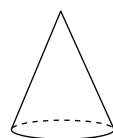


表面積

側面積

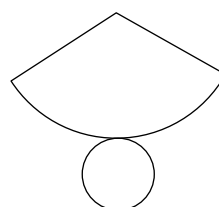


円すい



表面積

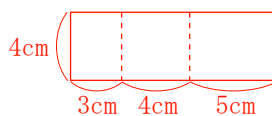
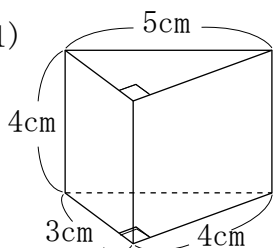
側面積



1

次の立体の側面積・表面積を求めなさい。

(1)



・側面積

$$4 \times (3 + 4 + 5) = 48$$

$$\underline{48 \text{ cm}^2}$$

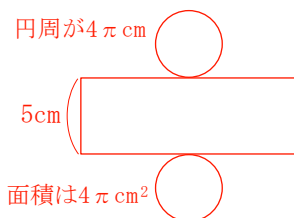
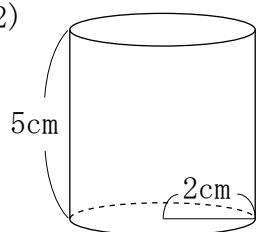
・表面積

底面の三角形 6cm^2 が 2 面

$$48 + 6 \times 2 = 60$$

$$\underline{60 \text{ cm}^2}$$

(2)



・側面積

$$5 \times 4\pi = 20\pi$$

$$\underline{20\pi \text{ cm}^2}$$

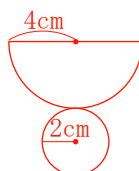
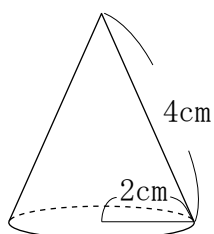
・表面積

底面の円 $4\pi \text{ cm}^2$ が 2 面

$$20\pi + 4\pi \times 2 = 28\pi$$

$$\underline{28\pi \text{ cm}^2}$$

(3)



・側面積

大きい円の円周は $8\pi \text{ cm}$

$$16\pi \times \frac{4\pi}{8\pi} = 8\pi$$

$$\underline{8\pi \text{ cm}^2}$$

・表面積

底面の円の面積は $4\pi \text{ cm}^2$

$$8\pi + 4\pi = 12\pi$$

$$\underline{12\pi \text{ cm}^2}$$

空間図形

体積

年 組 番

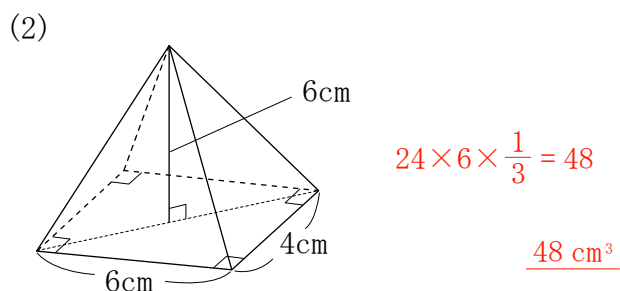
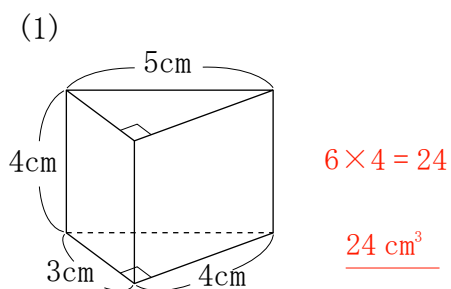
氏名

1年生

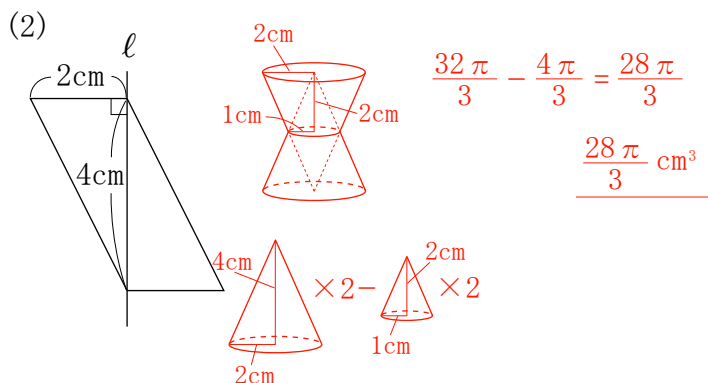
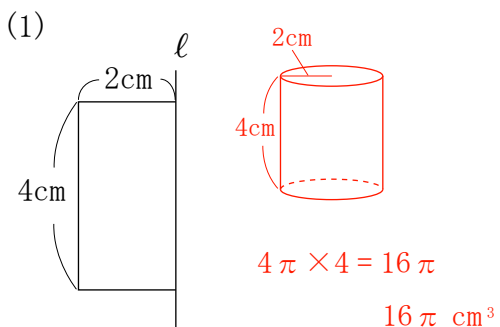
●柱と錐の体積の求め方

柱		体積＝底面積×高さ
すい錐 錐		体積＝底面積×高さ×$\frac{1}{3}$ ＝柱の体積×$\frac{1}{3}$

1 次の立体の体積を求めなさい。



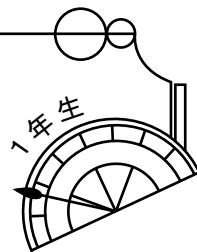
2 回転軸 ℓ の周りを1回転したときにできる立体の体積を求めなさい。
(どんな立体ができるか、かいてみましょう)



球の表面積と体積

年 組 番

氏名



球の体積は、その球がちょうど入る円柱の体積の $\frac{2}{3}$ である。

球の表面積は、その球がちょうど入る円柱の側面積に等しい。

1

上のことをもとにして、球の体積を求める式を考えましょう。

まず、半径 r の球が、ちょうど入る円柱の体積を考えましょう。

(円柱の体積) = (底面積) × (高さ) なので、

(円柱の体積) = (半径 r の円の面積) × (半径 r の球の高さ)

$$\begin{aligned}
 \text{だから、} &= \left(\boxed{r} \times \boxed{r} \times \pi \right) \times \left(\boxed{2} \times \boxed{r} \right) \\
 &= \boxed{\pi r^2} \times \boxed{2r} \\
 &= \boxed{2\pi r^3}
 \end{aligned}$$

高さ → 球の直径
 r

求める球の体積は、この円柱の $\frac{2}{3}$ であるから、 $\boxed{2\pi r^3} \times \frac{2}{3} = \boxed{\frac{4}{3}\pi r^3}$
半径 r の球の体積の式

2

上のことをもとにして、球の表面積を求める式を考えてみよう。

(円柱の表面積) = (円柱の底面の円周の長さ) × (球の高さ) なので、

$$\begin{aligned}
 (\text{円柱の表面積}) &= \left(\boxed{2} \times \boxed{r} \times \pi \right) \times \left(\boxed{2} \times \boxed{r} \right) \\
 &= \boxed{4\pi r^2} \quad \leftarrow \text{半径 } r \text{ の球の表面積の式}
 \end{aligned}$$

球の体積と表面積を求める式をまとめてみよう。

半径 r の体積 $\boxed{\frac{4}{3}\pi r^3}$ で、球の表面積 $\boxed{4\pi r^2}$ で求められる。

3

半径 3 cm の球の体積と表面積を求めなさい。

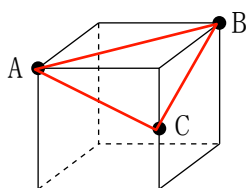
体積 $\underline{36\pi r^3}$

表面積 $\underline{36\pi r^2}$

1

次の立方体を点A～C (D) を通る平面で切った時、その状態を見取図にかきこみ、切り口の図形をかきなさい。

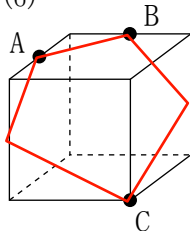
(1)



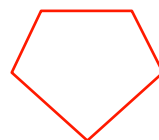
切り口



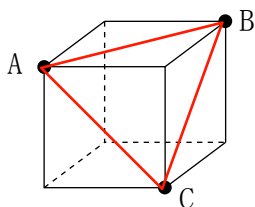
(6)



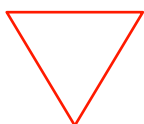
切り口



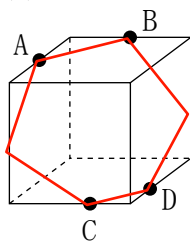
(2)



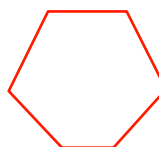
切り口



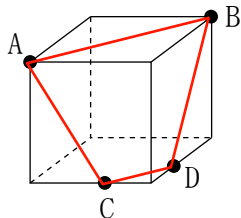
(7)



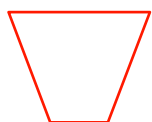
切り口



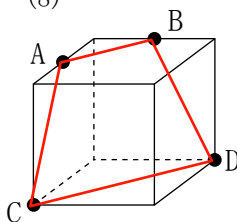
(3)



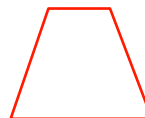
切り口



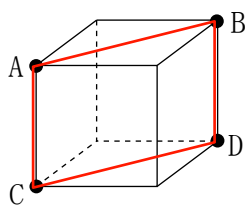
(8)



切り口



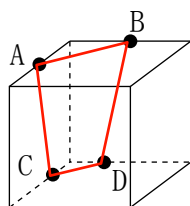
(4)



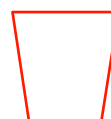
切り口



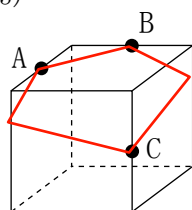
(9)



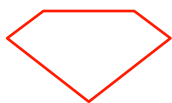
切り口



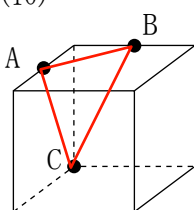
(5)



切り口



(10)



切り口

