

二等辺三角形の性質(1)

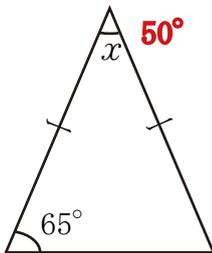
二等辺三角形と正三角形

- 二等辺三角形… 2つの辺が等しい三角形 (定義)
- 二等辺三角形の性質
  - 定理① 二等辺三角形の底角は等しい。
  - 定理② 二等辺三角形の頂点の二等分線は、底辺を直角に2等分する。
- 正三角形… 3辺が等しい三角形 (定義)

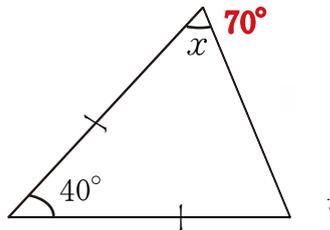
1

次の図で、同じ印をつけた辺や角が等しいとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

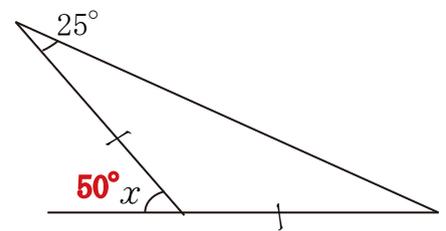
(1)



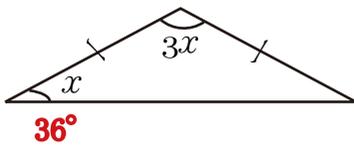
(2)



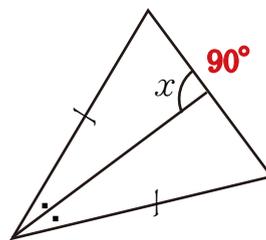
(3)



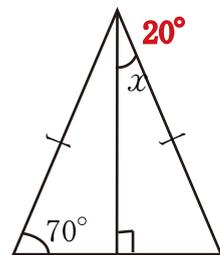
(4)



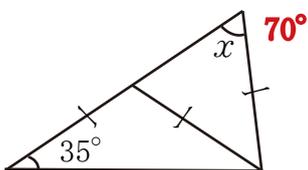
(5)



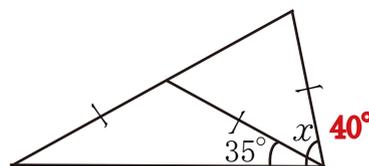
(6)



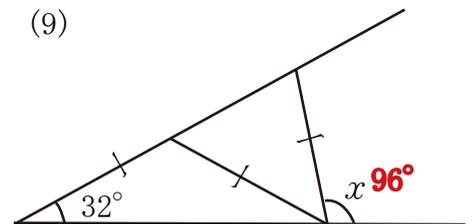
(7)



(8)

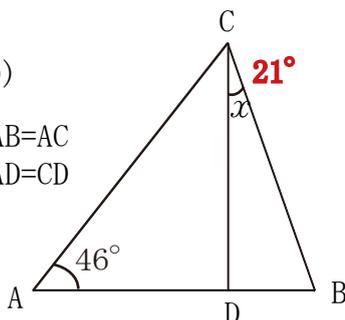


(9)



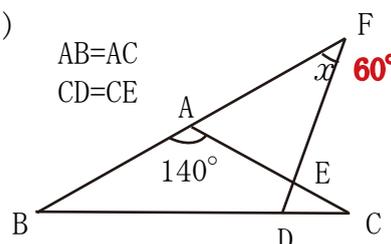
(10)

AB=AC  
AD=CD

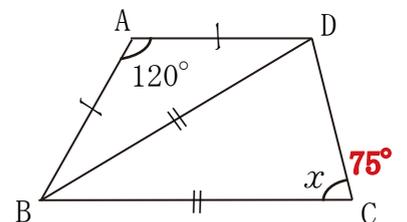


(11)

AB=AC  
CD=CE

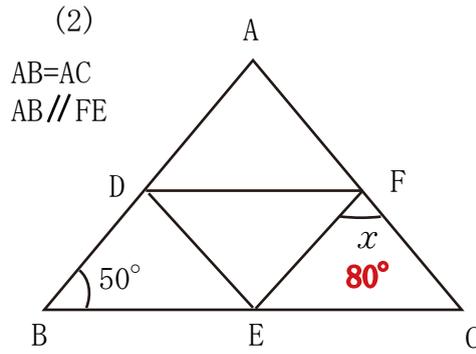
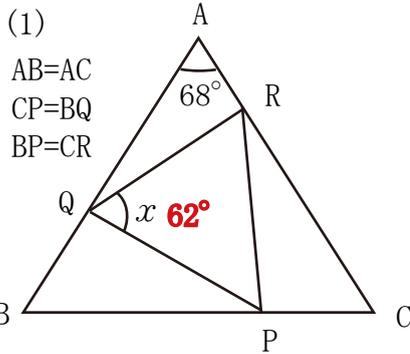


(12) AD//BC

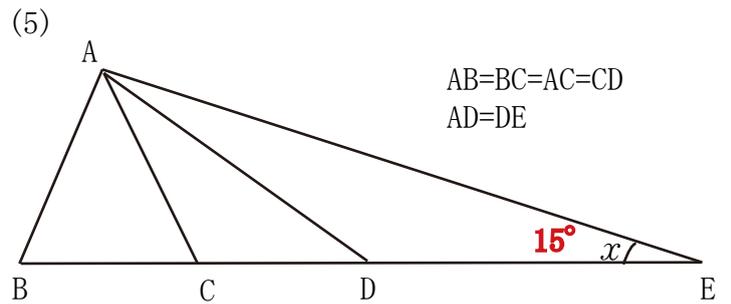
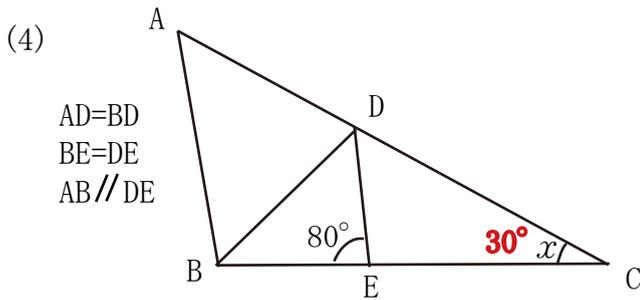
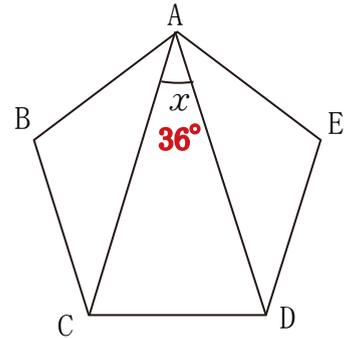


1

次の図の $\angle x$ の大きさを求めなさい。



(3) 五角形ABCDEは正五角形

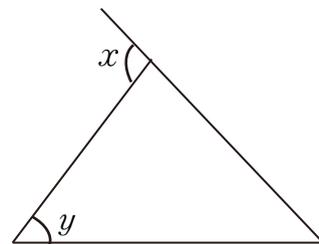


2

二等辺三角形の頂角の外角を $x^\circ$ 、底角を $y^\circ$ で表すとき、 $y$ を $x$ の式で表しなさい。

$$2y = x$$

$$y = \frac{1}{2}x$$



二等辺三角形の性質(3)

年 組 番

氏名

2年生

1

下の図ので、 $\triangle ABC$ は、 $AB=AC$ の二等辺三角形である。底辺 $BC$ 上に、 $BD=CE$ となるように、点 $D$ 、 $E$ をとるとき、 $AD=AE$ となることを次のように証明した。をうめて証明を完成させなさい。

{仮定}

$AB=AC, BD=CE$

{結論}

$AD=AE$

{証明}

$\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において

仮定から  $AB = AC$  . . . ①

$BD = CE$  . . . ②

二等辺三角形の2つの **底角** は等しいから

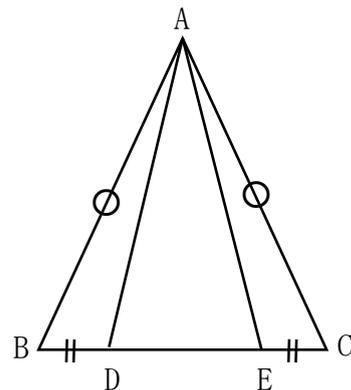
$\angle B = \angle C$  . . . ③

①、②、③から、**2辺とその間の角** がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

合同な図形では、対応する **辺の長さ** は等しいから、

$AD = AE$



1

線分AB上の1点をCとし、AC、CBをそれぞれ1辺とする正三角形ACDと、正三角形CBEを、下の図のようにつくる。

(1)  $AE = DB$ となることを証明してみよう。

{証明}  $\triangle AEC$ と $\triangle DBC$ において

仮定から  $AC =$  DC  $\dots\dots$  ①

$EC =$  BC  $\dots\dots$  ②

また、  $\angle ACE = 60^\circ +$   $\angle DCE$

$\angle DCB = 60^\circ +$   $\angle DCE$

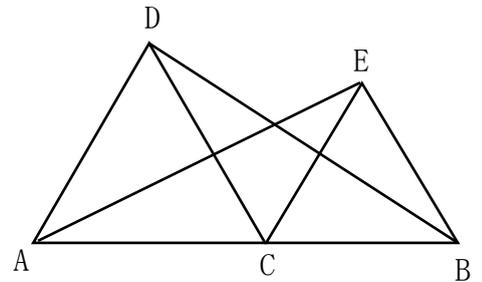
よって、  $\angle ACE =$   $\angle DCB$   $\dots\dots$  ③

①、②、③から、2辺とその間の角 がそれぞれ等しいので、

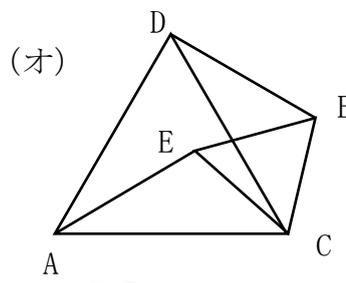
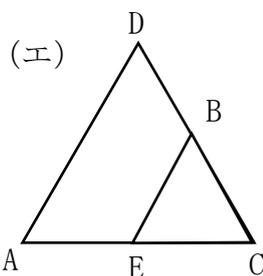
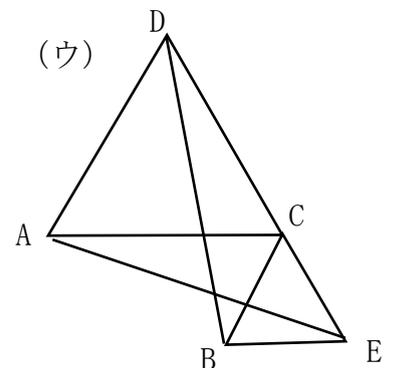
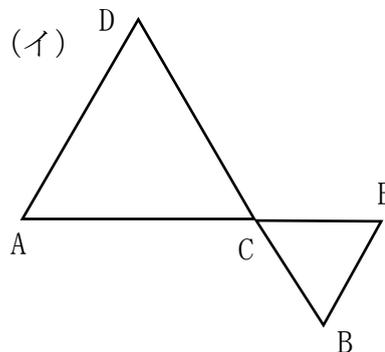
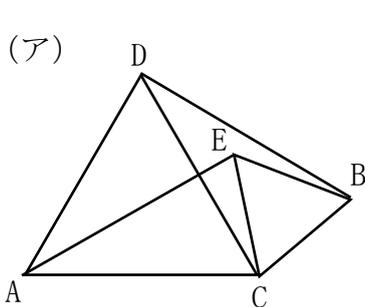
$\triangle AEC \equiv$   $\triangle DBC$

合同な図形では、対応する辺の長さ は等しいから、

$AE =$  DB



(2) 次の(ア)～(オ)は、正三角形ACDは固定し、正三角形CBEを点Cを中心に回転させたものである。どの場合も $AE = DB$ といえるだろうか。



いえる

二等辺三角形になるための条件(1)

氏名 \_\_\_\_\_

二等辺三角形になるための条件

定理 三角形の2つの角が等しければ、その三角形は等しい2つの角を底角とする二等辺三角形である。

1

下の図のように、 $AB=AC$ の二等辺三角形 $ABC$ の辺 $AB$ 、 $AC$ 上にそれぞれ $D$ 、 $E$ を $BD=CE$ となるようにとり、 $BE$ と $CD$ の交点を $P$ とすると、 $\triangle PBC$ は二等辺三角形になることを次のように証明した。をうめて証明を完成させなさい。

{仮定}

$AB=AC$ 、 $BD=CE$

{結論}

$PB=PC$  ( $\triangle PBC$ は二等辺三角形)

{証明}

$\triangle ABE$ と  $\triangle ACD$  において

仮定から  $AB=$   $AC$   $\dots\dots$ ①

$AC=$   $AB$ 、 $CE=$   $BD$  から

$AE=$   $AD$   $\dots\dots$ ②

また、 $\angle A$ は2つの三角形に共通な角だから

$\angle A=\angle A$   $\dots\dots$ ③

①、②、③から、**2辺とその間の角** がそれぞれ等しいので、

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$

合同な図形では、対応する **角の大きさ** は等しいから

$\angle ABE = \angle ACD$   $\dots\dots$ ④

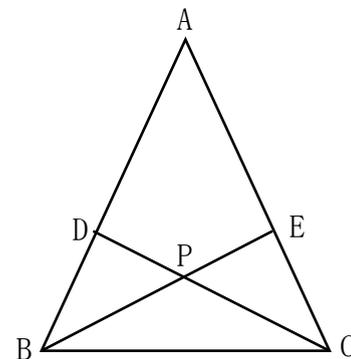
また、 $\triangle ABC$ は二等辺三角形であるから、**2つの底角** は等しいので、

$\angle ABC = \angle ACB$   $\dots\dots$ ⑤

④、⑤より

$\angle PBC = \angle PCB$

$\triangle PBC$ は、2つの底角が等しいから、 $PB=$   $PC$  の二等辺三角形である。



1

$\triangle ABC$ の2つの角 $\angle B$ 、 $C$ の二等分線の交点を $I$ とする。 $IB = IC$ ならば、 $\triangle ABC$ は、二等辺三角形であることを証明しなさい。

{仮定}

$IB = IC$ 、 $\angle ABI = \angle IBC$ 、 $\angle ACI = \angle ICB$

{結論}

$\triangle ABC$ は二等辺三角形

{証明}

$\triangle IBC$ において

仮定から  $IB =$   $IC$  . . . ①

二等辺三角形の2つの底角は等しいから、

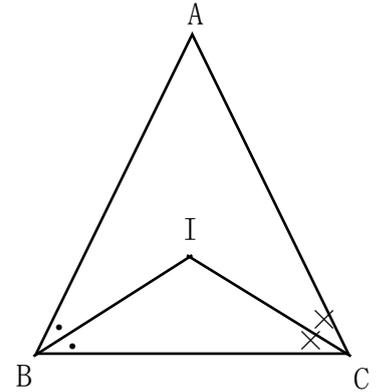
$\angle IBC =$   $\angle ICB$

点 $I$ は、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 、の二等分線の交点だから

$\angle B =$   $\angle C$

したがって、 $\triangle ABC$ は、 $2つの底角$  が等しい。

$\triangle ABC$ は、 $AB =$   $AC$  の二等辺三角形である。



1

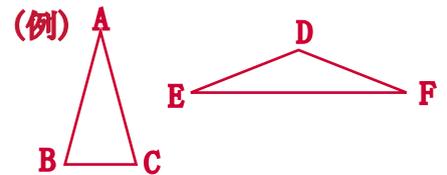
次のことがらの逆をいいなさい。また、それが正しいときは○、正しくないときは×をし、その具体例を示しなさい。

(1)  $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ ならば、 $\angle A = \angle D$ 。

逆  $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ で、 $\angle A = \angle D$ ならば、 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 。 ×

(2)  $\triangle ABC$ で、 $AB = AC$ ならば、 $\angle B = \angle C$ 。

逆  $\triangle ABC$ で、 $\angle B = \angle C$ ならば、 $AB = AC$ 。 ○

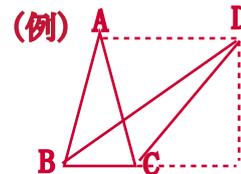


(3) 2つの角が等しい三角形は、二等辺三角形である。

逆 二等辺三角形は、2つの角が等しい。 ○

(4) 合同な図形の面積は等しい。

逆 面積が等しい図形は合同である。 ×



(5) 6の倍数は偶数である。

逆 偶数は6の倍数である。 × (例) 2

(6) ある数が2の倍数ならば、2はその数の約数である。

逆 2がある数の約数であるならば、その数は2の倍数である。 ○

(7)  $a < 0$ ならば、 $-a > 0$ 。

逆  $-a > 0$ ならば、 $a < 0$ 。 ○

(8)  $a = 0$ ならば、 $ab = 0$ 。

逆  $ab = 0$ ならば、 $a = 0$ 。 × (例)  $a = 3, b = 0$

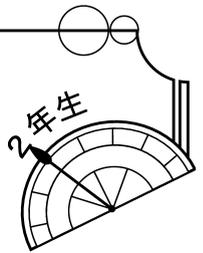
(9)  $a = b$ ならば、 $a^2 = b^2$ 。

逆  $a^2 = b^2$ ならば、 $a = b$ 。 × (例)  $a = 2, b = -2$

# 直角三角形の合同(1)

年 組 番

氏名



直角三角形の合同条件

2つの直角三角形は、次のどちらかが成り立つとき、合同である。

1, 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。

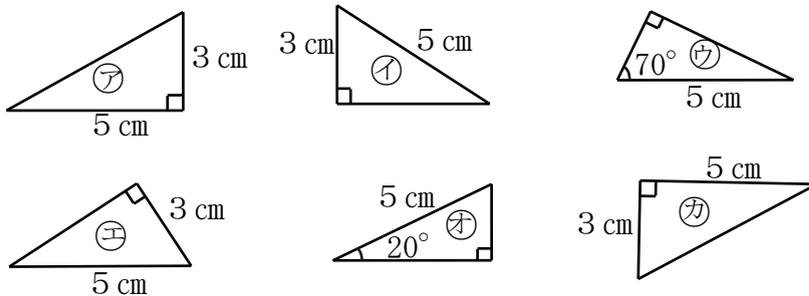


2, 斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。



1

下の図のような三角形がある。どれとどれが合同か。また、そのときの合同条件を書きなさい。



直角三角形の斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しい。 ㊷ ㊸

直角三角形の斜辺と他の1辺がそれぞれ等しい。 ㊶ ㊹

2辺とその間の角がそれぞれ等しい。 ㊺ ㊻

2

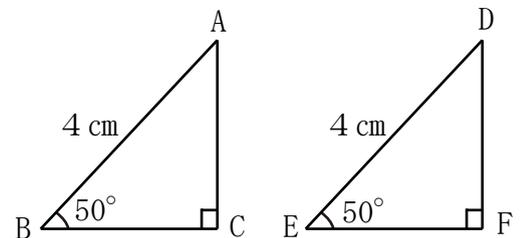
次の2つの三角形が合同であることを次のように証明した。□にあてはまる式や言葉を入れなさい。

(1)  $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において、

$\angle ACB = \square \angle DFE = 90^\circ \dots \textcircled{1}$

$AB = \square DE \dots \textcircled{2}$

$\angle ABC = \square \angle DEF \dots \textcircled{3}$



①、②、③から直角三角形で **斜辺と1つの鋭角** がそれぞれ等しいから

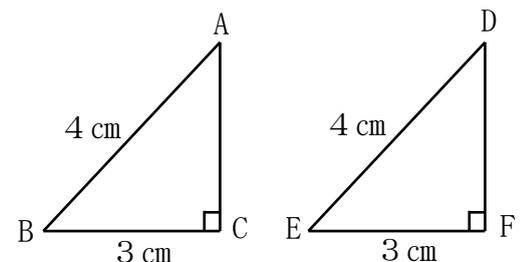
$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

(2)  $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において、

$\angle ACB = \square \angle DFE = 90^\circ \dots \textcircled{1}$

$AB = \square DE \dots \textcircled{2}$

$BC = \square EF \dots \textcircled{3}$



①、②、③から直角三角形で **斜辺と他の1辺** がそれぞれ等しいから

$\triangle ABC \equiv \triangle DEF$

直角三角形の合同(2)

年 組 番

氏名

2年生

1

右の図の二等辺三角形ABCで、底辺の midpoint M から、AB、AC にひいた垂線と AB、AC との交点を、それぞれ D、E とする。このとき、 $MD=ME$  となることを次のように証明した。□ をうめて、証明を完成させなさい。

{仮定}

$BM=CM, MD \perp AB, ME \perp AC$

{結論}

$MD=ME$

{証明}

$\triangle DBM$  と  $\triangle ECM$  において、

仮定から  $\angle BDM = \square = 90^\circ \dots \textcircled{1}$

$BM = \square \dots \textcircled{2}$

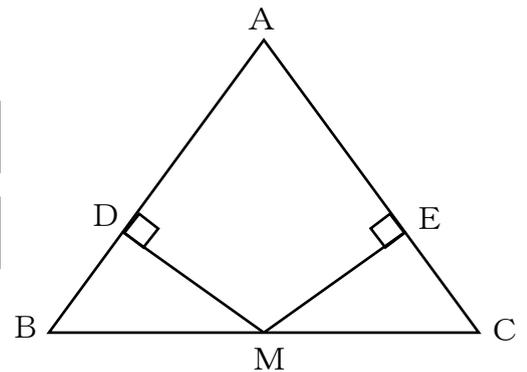
$AB = AC$  だから  $\square = \square \dots \textcircled{3}$

①、②、③から、**直角三角形の斜辺と1つの鋭角** がそれぞれ等しいから、

$\triangle DBM \equiv \triangle ECM$

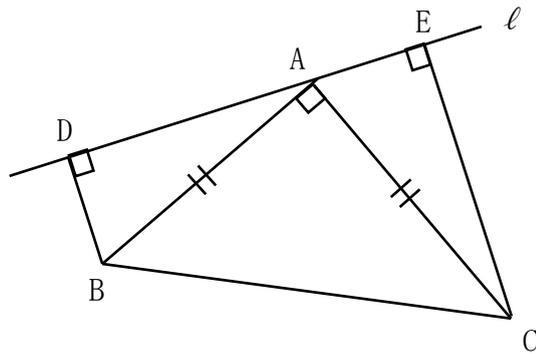
合同な図形では、対応する **辺** は等しいから

$MD=ME$



1

$\angle BAC = 90^\circ$  である直角二等辺三角形  $ABC$  で、次の図のように、頂点  $A$  を通る直線  $\ell$  に頂点  $B$ 、 $C$  からそれぞれ垂線  $BD$ 、 $CE$  をひくと、 $CE + BD = DE$  となることを証明しなさい。



{仮定}

$AB = CA, BD \perp \ell, CE \perp \ell, \angle BAC = 90^\circ$

{結論}

$CE + BD = DE$

{証明}

$\triangle ADB$  と  $\triangle CEA$  において、

仮定から  $\angle ADB = \angle CEA = 90^\circ$  ..... ①

$AB = CA$  ..... ②

また、 $\angle DAB = 90^\circ - \angle CAE$  ..... ③

$\angle ECA = 90^\circ - \angle CAE$  ..... ④

③、④から  $\angle DAB = \angle ECA$  ..... ⑤

①、②、⑤から **直角三角形の斜辺と1つの鋭角** がそれぞれ等しいから、

$\triangle ADB \cong \triangle CEA$

合同な図形では、対応する **辺** は等しいから

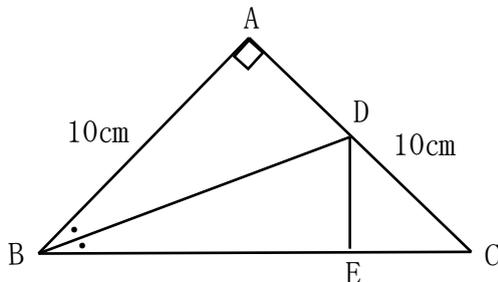
$AD = CE, BD = AE$

したがって、 $CE + BD = AD + AE = DE$

1

次の図のように、 $\angle A = 90^\circ$ 、 $AB = AC = 10\text{cm}$ の直角二等辺三角形 $ABC$ の $\angle B$ の二等分線と辺 $AC$ との交点を $D$ とし、 $D$ から辺 $BC$ に垂線 $DE$ をひく。このとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 合同な三角形はどれとどれか。  **$\triangle ABD$ と $\triangle EBD$**
- (2)  $\angle DCE$ の大きさを求めなさい。  **$45^\circ$**
- (3)  $\angle CDE$ の大きさを求めなさい。  **$45^\circ$**
- (4)  $AD = x\text{cm}$ とすると、辺 $BC$ の長さを $x$ を使った式で表しなさい。



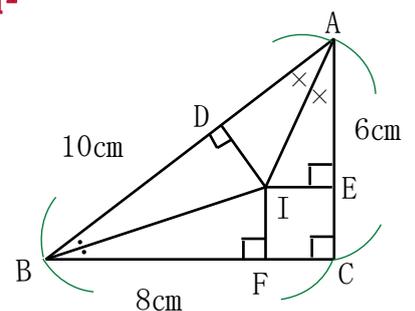
**$DE = EC = x\text{cm}$ となる。**

**$BC = x + 10\text{cm}$**

2

次の図のような直角三角形 $ABC$ がある。点 $I$ は、 $\angle BAC$ の二等分線と $\angle ABC$ の二等分線との交点である。点 $I$ から辺 $AB$ 、辺 $AC$ 、辺 $BC$ に垂線 $ID$ 、 $IE$ 、 $IF$ をひく。このとき次の問いに答えなさい。

- (1)  $\triangle BID$ と合同な三角形はどれか。  **$\triangle BIF$**
- (2)  $\triangle AID$ と合同な三角形はどれか。  **$\triangle AIE$**
- (3)  $ID$ と長さが等しい辺はどれか。  **$IF$ 、 $IE$**
- (4)  $ID = x\text{cm}$ とすると、 $\triangle ABI$ 、 $\triangle BCI$ 、 $\triangle CAI$ 、それぞれ面積を $x$ を用いて表しなさい。  
 **$5x\text{cm}^2$   $4x\text{cm}^2$   $3x\text{cm}^2$**
- (5)  $\triangle ABI$ 、 $\triangle BCI$ 、 $\triangle CAI$ の面積の和を $x$ を用いて表しなさい。  
 **$12x\text{cm}^2$**
- (6)  $\triangle ABC$ の面積を求めなさい。  
 **$24\text{cm}^2$**
- (7)  $x$ の値を求めなさい。  
 **$x = 2$**



平行四辺形

● 平行四辺形… 2組の対辺がそれぞれ平行な四角形 (定義)

● 平行四辺形の性質

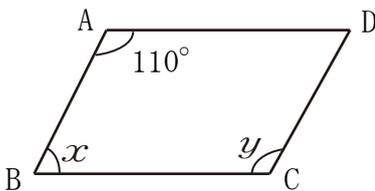
定理 平行四辺形では

- ① 2組の対辺はそれぞれ等しい。
- ② 2組の対角はそれぞれ等しい。
- ③ 2つの対角線はそれぞれの中点で交わる。

1

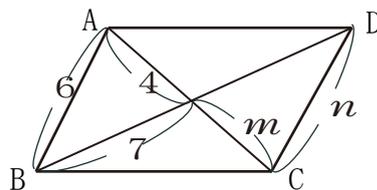
次の図の  $\square ABCD$  で、 $\angle x$ 、 $\angle y$  の大きさと、 $m$ 、 $n$  の長さを求めなさい。同じ印をつけた角や辺はそれぞれ等しい。

(1)



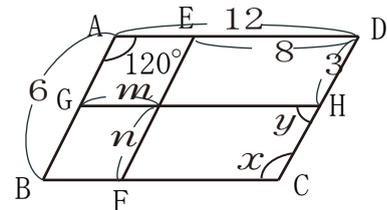
$x=70^\circ$   
 $y=110^\circ$

(2)



$m=4$   
 $n=6$

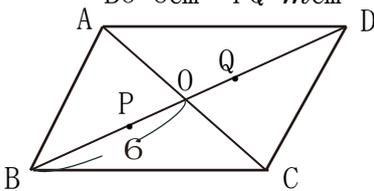
(3)  $AB \parallel EF$ 、 $AD \parallel GH$



$x=120^\circ$     $m=4$   
 $y=60^\circ$     $n=3$

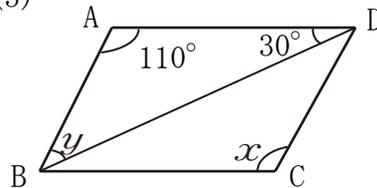
(4)  $BP=PQ=QD$

$BO=6\text{cm}$     $PQ=m\text{cm}$



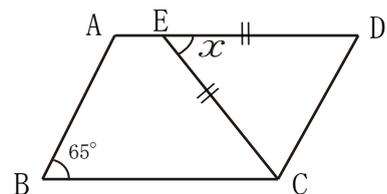
$m=4$

(5)



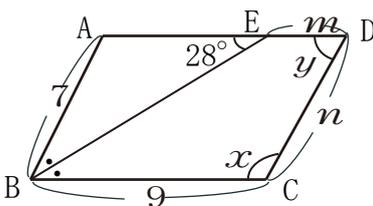
$x=110^\circ$   
 $y=40^\circ$

(6)  $ED=EC$



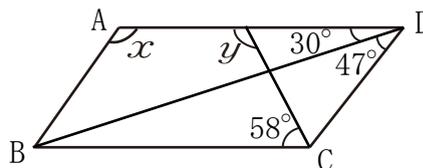
$x=50^\circ$

(7)



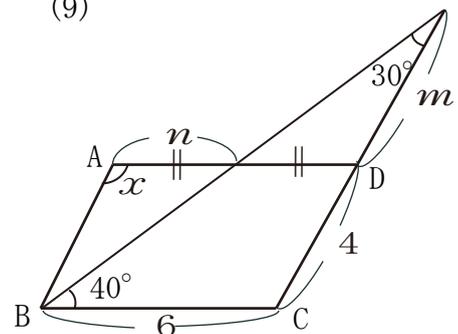
$x=124^\circ$     $m=2$   
 $y=56^\circ$     $n=7$

(8)



$x=103^\circ$   
 $y=122^\circ$

(9)



$x=110^\circ$     $m=4$   
 $n=3$

平行四辺形になるための条件

定理 四角形は次のどれかが成り立てば、平行四辺形である。

- ① 2組の対辺がそれぞれ平行である。・・・定義
- ② 2組の対辺がそれぞれ等しい。
- ③ 2組の対角がそれぞれ等しい。
- ④ 対角線がそれぞれの中点で交わる。
- ⑤ 1組の対辺が平行で、その長さが等しい。

1

右の図で、 $\square ABCD$ の辺AB、BC、CD、DAの中点を、それぞれE、F、G、Hとすると、四角形EFGHは平行四辺形になることを証明しなさい。

$\triangle HAE$ と $\triangle FCG$ において、  
仮定から、 $AH=CF$  …①

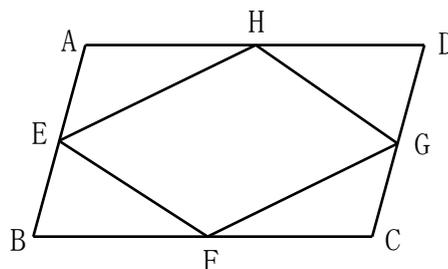
$AE=CG$  …②

平行四辺形の対角は等しいから  
 $\angle HAE=\angle FCG$  …③

①②③から、2辺とその間の角が等しいので、  
 $\triangle HAE \equiv \triangle FCG$

したがって、 $EH=GF$  …④

同様に、 $\triangle EBF \equiv \triangle GDH$   
したがって、 $EF=GH$  …⑤



2

④⑤から 2組の対辺がそれぞれ等しいので、四角形EFGHは平行四辺形

右の図で $\square ABCD$ の辺BC、AD上に、2点P、Qを $BP=DQ$ となるようにとる。このとき、四角形APCQは平行四辺形になることを証明しなさい。

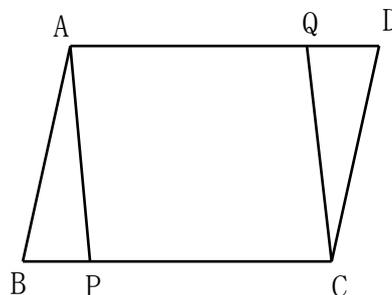
$\triangle ABP$ と $\triangle CDQ$ において、  
仮定から、 $BP=DQ$  …①

$AB=CD$  …②

平行四辺形の対角は等しいから  
 $\angle ABP=\angle CDQ$  …③

①②③から、2辺とその間の角が等しいので、  
 $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$  …④

したがって、 $AP=CQ$  …⑤



平行四辺形の向かい合った辺は等しいので、 $AD=CB$

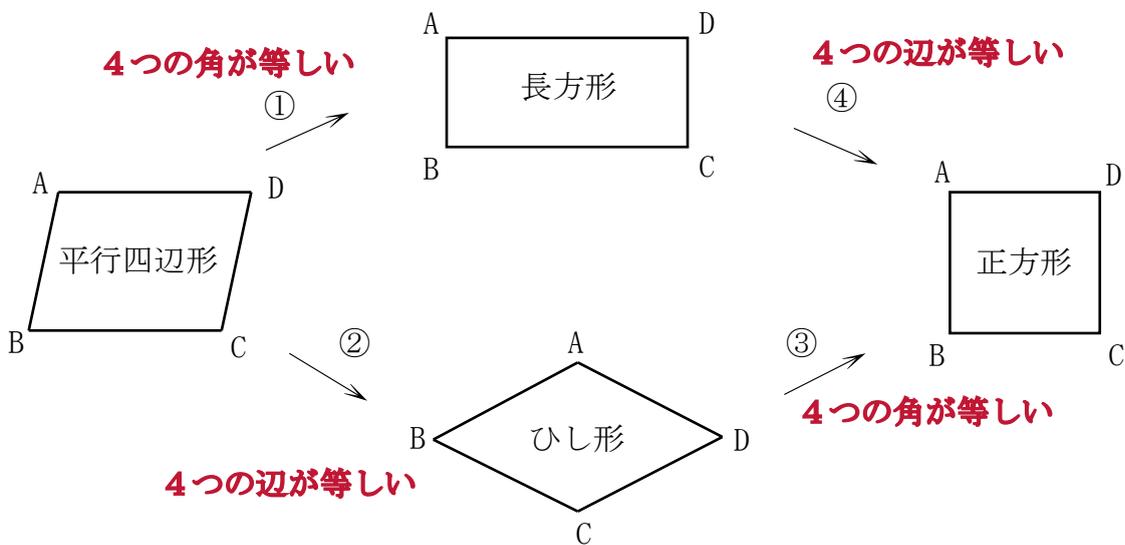
④から、 $QD=PB$ なので、  
 $AQ=CP$  …⑥

⑤⑥から 2組の対辺がそれぞれ等しいので、四角形APCQは平行四辺形

定義	長方形	4つの角が等しい四角形
	ひし形	4つの辺が等しい四角形
	正方形	4つの角が等しく、4つの辺が等しい四角形

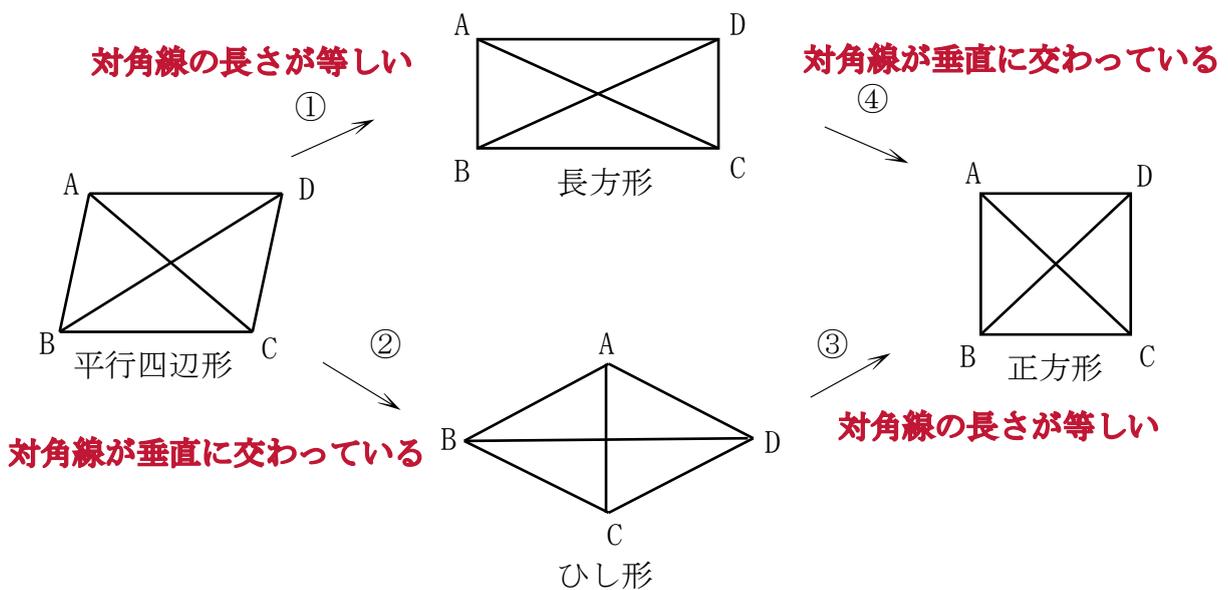
1

平行四辺形の辺や角に条件を加えると長方形やひし形になる。さらに条件を加えると正方形になる。①～④にあてはまる条件を書きなさい。



2

平行四辺形の対角線に条件を加えると長方形やひし形になる。さらに条件を加えると正方形になる。①～④にあてはまる条件を書きなさい。

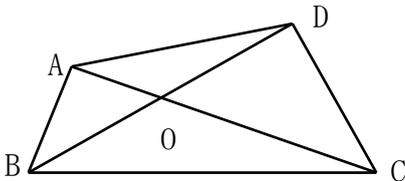


# 四角形の対角線

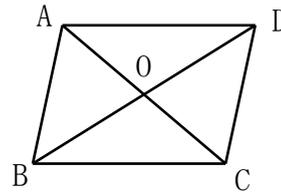
考えてみよう

四角形の対角線について、どのようなことがわかるか。次の空欄をうめなさい。

(1) 一般の四角形

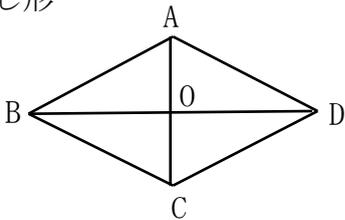


(2) 平行四辺形



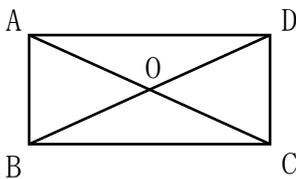
$$AO = \boxed{CO} \quad BO = \boxed{DO}$$

(3) ひし形



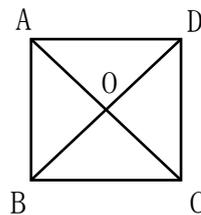
$$AO = \boxed{CO} \quad BO = \boxed{DO} \quad AC \perp \boxed{BD}$$

(4) 長方形



$$AO = \boxed{BO} = \boxed{CO} = \boxed{DO}$$

(5) 正方形



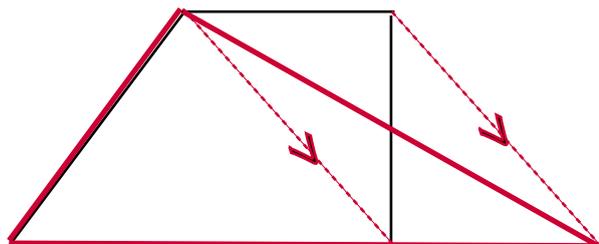
$$AO = \boxed{BO} = \boxed{CO} = \boxed{DO}$$

$$AC \perp \boxed{BD}$$

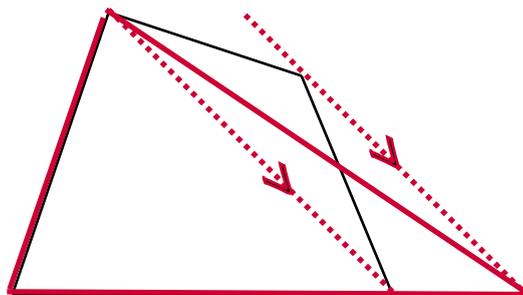
1

それぞれの図形を、面積を変えずに三角形に変形しなさい。

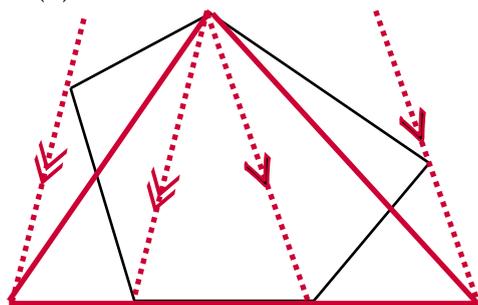
(1) 台形



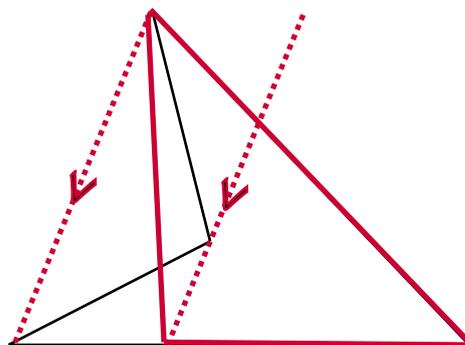
(2)



(3)



(4)



1

左の図で  $BD : DC = 2 : 1$ 、 $AE : ED = 2 : 1$  であるとき、次の三角形の面積の比を求めなさい。

(1)  $\triangle EBD : \triangle ECD$

**2 : 1**

(2)  $\triangle ABE : \triangle EBD$

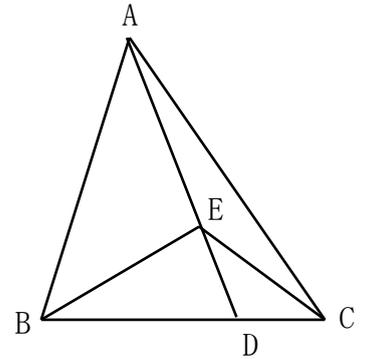
**2 : 1**

(3)  $\triangle ABE : \triangle ECD$

**4 : 1**

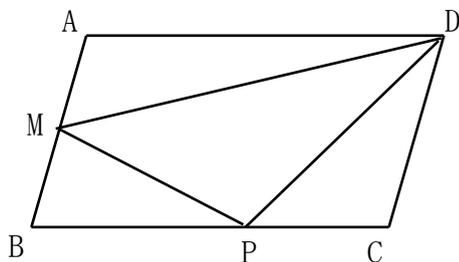
(4)  $\triangle EBD : \triangle ABC$

**2 : 9**



2

右の図の  $\square ABCD$  で、点  $M$  は辺  $AB$  の中点、点  $P$  は辺  $BC$  を  $3 : 2$  に分ける点である。 $\square ABCD$  の面積が  $60$  のとき、 $\triangle DMP$  の面積を求めなさい。



**$\square ABCD : \triangle DMP = 10 : 4$**

**$\triangle DMP = 24$**