

●方程式の発展

1次方程式 (1年生) 【例】 $3x + 5 = 2x - 1$

連立方程式 (2年生) 【例】
$$\begin{cases} x - 2y = 8 \\ 2x + 5y = -2 \end{cases}$$

2次方程式 (3年生) 【例】 $x^2 - 6x + 5 = 0$

1 1, 2, 3, 4のうち2次方程式 $x^2 - 2x - 3 = 0$ の解になるものを答えなさい。

(解) $x = 1$ のとき 左辺 = $1^2 - 2 \times 1 - 3$
 $= 1 - 2 - 3$
 $= -4$ $x = 1$ は解でない。

$x = 2$ のとき 左辺 = $\boxed{2}^2 - 2 \times \boxed{2} - 3$
 $= 4 - 4 - 3$
 $= -3$ $x = 2$ は解でない。

$x = 3$ のとき 左辺 = $9 - 6 - 3 = 0$ $x = 3$ は解である。

$x = 4$ のとき 左辺 = $16 - 8 - 3 = 5$ $x = 4$ は解でない。

答え 3

2 次の2次方程式のうち、3が解になるものを選び記号で答えなさい。

ア $x^2 + 5x = 0$

イ $x^2 + 3x - 18 = 0$

ウ $x^2 + 4x - 5 = 0$

エ $x^2 + 5x + 6 = 0$

答え イ

3 2次方程式 $x^2 - 3x + a = 0$ の1つの解が-2のとき、 a の値を求めなさい。

$$(-2)^2 - 3 \times (-2) + a = 0$$

$$4 + 6 + a = 0$$

$$a = -10$$

1

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $(x-5)(x-2)=0$

$x=5$

$x=2$

(2) $(x-1)(x+6)=0$

$x=1$

$x=-6$

(3) $(2x-3)(x+4)=0$

$x=-4$

$x=\frac{3}{2}$

(4) $x(x-7)=0$

$x=0$

$x=7$

2

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2-2x-24=0$

$(x-6)(x+4)=0$

$x=6$

$x=-4$

(2) $x^2-x-6=0$

$(x-3)(x+2)=0$

$x=3$

$x=-2$

(3) $x^2+3x-4=0$

$(x+4)(x-1)=0$

$x=-4$

$x=1$

(4) $x^2+5x=0$

$x(x+5)=0$

$x=-5$

$x=0$

(5) $x^2-4x-12=0$

$(x-6)(x+2)=0$

$x=6$

$x=-2$

(6) $x^2-2x-8=0$

$(x-4)(x+2)=0$

$x=4$

$x=-2$

(7) $x^2-x-42=0$

$(x-7)(x+6)=0$

$x=7$

$x=-6$

(8) $x^2+9x+20=0$

$(x+5)(x+4)=0$

$x=-5$

$x=-4$

1

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 + 8x + 16 = 0$

$$(x + 4)^2 = 0$$

$$x = -4$$

(2) $x^2 - 6x + 9 = 0$

$$(x - 3)^2 = 0$$

$$x = 3$$

(3) $x^2 + 14x + 49 = 0$

$$(x + 7)^2 = 0$$

$$x = -7$$

(4) $x^2 - 12x + 36 = 0$

$$(x - 6)^2 = 0$$

$$x = 6$$

2

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 5x + 6 = 0$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$x = 3$$

$$x = 2$$

(2) $x^2 - 4x + 4 = 0$

$$(x - 2)^2 = 0$$

$$x = 2$$

(3) $x^2 - 3x - 28 = 0$

$$(x - 7)(x + 4) = 0$$

$$x = 7$$

$$x = -4$$

(4) $x^2 - 16x + 28 = 0$

$$(x - 14)(x - 2) = 0$$

$$x = 2$$

$$x = 14$$

(5) $x^2 - 10x + 25 = 0$

$$(x - 5)^2 = 0$$

$$x = 5$$

(6) $x^2 + 16x + 64 = 0$

$$(x + 8)^2 = 0$$

$$x = -8$$

1

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 3x - 40 = 0$

$$(x-8)(x+5)=0$$

$$x=8$$

$$x=-5$$

(2) $x^2 - 20x + 100 = 0$

$$(x-10)^2 = 0$$

$$x=10$$

(3) $x^2 + 12x + 20 = 0$

$$(x+10)(x+2)=0$$

$$x=-10$$

$$x=-2$$

(4) $x^2 - 16x + 63 = 0$

$$(x-9)(x-7)=0$$

$$x=9$$

$$x=7$$

2

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = 10x - 25$

$$(x-5)^2 = 0$$

$$x=5$$

(2) $3x^2 - 15x + 18 = 0$

$$(x-2)(x-3)=0$$

$$x=2$$

$$x=3$$

(3) $x^2 - 21 = 4x$

$$(x-7)(x+3)=0$$

$$x=7$$

$$x=-3$$

(4) $8x + 16 = -x^2$

$$(x+4)^2 = 0$$

$$x=-4$$

(5) $x^2 = 18x - 81$

$$(x-9)^2 = 0$$

$$x=9$$

(6) $2x^2 - 6x - 8 = 0$

$$(x-4)(x+1)=0$$

$$x=4$$

$$x=-1$$

(7) $x^2 + 12 = 8x$

$$(x-6)(x-2)=0$$

$$x=6$$

$$x=2$$

(8) $20x + 100 = -x^2$

$$(x+10)^2 = 0$$

$$x=-10$$

1

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $(x+5)(x-3) = 2(x^2 - 25)$

$$x^2 - 2x - 35 = 0$$

$$(x-7)(x+5) = 0$$

$$x = 7$$

$$x = -5$$

(2) $(2x-1)^2 = 8x+1$

$$4x^2 - 12x = 0$$

$$x(x-3) = 0$$

$$x = 3$$

$$x = 0$$

(3) $4(x^2 - 3) = (x+3)(x+6)$

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$(x-5)(x+2) = 0$$

$$x = 5$$

$$x = -2$$

(4) $3x^2 - 20 = 2x(x+4)$

$$x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$(x-10)(x+2) = 0$$

$$x = 10$$

$$x = -2$$

2

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x(x+9) = 2(x^2 + 9)$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x-3)(x-6) = 0$$

$$x = 6$$

$$x = 3$$

(2) $(x-2)(x-9) = -6$

$$x^2 - 11x + 24 = 0$$

$$(x-3)(x-8) = 0$$

$$x = 3$$

$$x = 8$$

(3) $(x-1)(x+4) = x-5$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x+1)^2 = 0$$

$$x = -1$$

(4) $(2x-4)(x-1) = 4x(x-1)$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(x-1)(x+2) = 0$$

$$x = 1$$

$$x = -2$$

1

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 = 9$

$$x^2 - 9 = 0$$

$$x = \pm 3$$

(3) $x^2 = 49$

$$x^2 - 49 = 0$$

$$x = \pm 7$$

(5) $x^2 - 25 = 0$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$x = \pm 5$$

(7) $x^2 = \frac{4}{25}$

$$x^2 - \frac{4}{25} = 0$$

$$x = \pm \frac{2}{5}$$

(2) $x^2 = 36$

$$x^2 - 36 = 0$$

$$x = \pm 6$$

(4) $x^2 = 5$

$$x^2 - 5 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{5}$$

(6) $3x^2 = 21$

$$x^2 - 7 = 0$$

$$x = \pm \sqrt{7}$$

(8) $x^2 - 12 = 0$

$$x = \pm 2\sqrt{3}$$

2

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $x^2 - 5 = 3$

$$x^2 - 8 = 0$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}$$

(3) $x^2 - \frac{1}{2} = 0$

$$x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$$

(5) $-2x^2 + 32 = 0$

$$x^2 - 16 = 0$$

$$x = \pm 4$$

(2) $2x^2 = 54$

$$x^2 - 27 = 0$$

$$x = \pm 3\sqrt{3}$$

(4) $\frac{1}{3}x^2 = 6$

$$x^2 - 18 = 0$$

$$x = \pm 3\sqrt{2}$$

(6) $5x^2 - 12 = 48$

$$x^2 - 12 = 0$$

$$x = \pm 2\sqrt{3}$$

1

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $(x-1)^2 = 81$

$$x-1 = \pm 9$$

$$x = -8$$

$$x = 10$$

(2) $(x+5)^2 = 49$

$$x+5 = \pm 7$$

$$x = 2$$

$$x = -12$$

(3) $(x-4)^2 - 9 = 0$

$$x-4 = \pm 3$$

$$x = 1$$

$$x = 7$$

(4) $(x-3)^2 = 36$

$$x-3 = \pm 6$$

$$x = -3$$

$$x = 9$$

(5) $(x+8)^2 = 5$

$$x+8 = \pm \sqrt{5}$$

$$x = -8 \pm \sqrt{5}$$

(6) $(x+2)^2 - 12 = 0$

$$x+2 = \pm 2\sqrt{3}$$

$$x = -2 \pm 2\sqrt{3}$$

(7) $3(x+5)^2 - 48 = 0$

$$x+5 = \pm 4$$

$$x = -1$$

$$x = -9$$

(8) $9(x-2)^2 - 1 = 0$

$$x-2 = \pm \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{7}{3}$$

$$x = \frac{5}{3}$$

(9) $(x+3)^2 = 7$

$$x+3 = \pm \sqrt{7}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{7}$$

(10) $(x-4)^2 - 18 = 0$

$$x-4 = \pm 3\sqrt{2}$$

$$x = 4 \pm 3\sqrt{2}$$

1

次の にあてはまる数を求めなさい。

$$(1) x^2 + 6x + \boxed{9} = (x + \boxed{3})^2$$

$$(2) x^2 - 10x + \boxed{25} = (x + \boxed{-5})^2$$

$$(3) x^2 + 4x + \boxed{4} = (x + \boxed{2})^2$$

$$(4) x^2 - 2x + \boxed{1} = (x + \boxed{-1})^2$$

$$(5) x^2 + 12x + \boxed{36} = (x + \boxed{6})^2$$

$$(6) x^2 + 8x + \boxed{16} = (x + \boxed{4})^2$$

1

次の 2 次方程式を解きなさい。

(1) $(x-2)^2 = 5$

$$x-2 = \pm\sqrt{5}$$

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

(2) $2(x+5)^2 - 12 = 0$

$$x+5 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = -5 \pm \sqrt{6}$$

2

次の 2 次方程式を $(x-\triangle)^2 = \square$ の形に変形して解きなさい。

(1) $x^2 + 8x + 5 = 0$

(解) +5 を右辺に移項する。

$$x^2 + 8x = \boxed{-5}$$

両辺に x の係数の半分の 2 乗を加える。

$$x^2 + 8x + \boxed{16} = \boxed{11}$$

$$(x + \boxed{4})^2 = \boxed{11}$$

$$x + \boxed{4} = \pm\sqrt{\boxed{11}}$$

$$x = -\boxed{4} \pm \sqrt{\boxed{11}}$$

(2) $x^2 + 4x - 14 = 0$

(解)

$$x^2 + 4x = 14$$

$$x^2 + 4x + 4 = 20$$

$$(x + 2)^2 = 20$$

$$x + 2 = \pm 2\sqrt{5}$$

$$x = -2 \pm 2\sqrt{5}$$

(3) $x^2 + 6x + 3 = 0$

(解)

$$x^2 + 6x = -3$$

$$x^2 + 6x + 9 = 6$$

$$(x + 3)^2 = 6$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{6}$$

$$x = -3 \pm \sqrt{6}$$

(4) $x^2 + 5x - 5 = 0$ 《チャレンジ!》

(解)

$$x^2 + 5x = 5$$

$$x^2 + 5x + \frac{25}{4} = \frac{45}{4}$$

$$(x + \frac{5}{2})^2 = \frac{45}{4}$$

$$x + \frac{5}{2} = \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

$$x = -\frac{5}{2} \pm \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

2 次方程式の解の公式 (1)

年 組 番

氏名

3 年生

● 2 次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ の解は

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

1

2 次方程式 $2x^2 - 3x - 4 = 0$ を解の公式を使って解きなさい。(解) 解の公式で $a = 2$ $b = -3$ $c = -4$

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times (2) \times (-4)}}{2 \times (2)} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{9+32}}{4} \\ &= \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4} \end{aligned}$$

答え $\frac{3 \pm \sqrt{41}}{4}$

2

2 次方程式 $3x^2 - x - 5 = 0$ を解の公式を使って解きなさい。答え $\frac{1 \pm \sqrt{61}}{6}$

3

2 次方程式 $x^2 + 5x - 7 = 0$ を解の公式を使って解きなさい。答え $\frac{-5 \pm \sqrt{53}}{2}$



1

2 次方程式 $x^2 - 2x - 6 = 0$ を解の公式を使って解きなさい。

(ヒント) ・根号の中の数はできるだけ小さい自然数にしておく。

・約分ができる場合は約分する。

答え $1 \pm \sqrt{7}$

2

2 次方程式 $3x^2 - 2x - 5 = 0$ を解の公式を使って解きなさい。答え $-1, \frac{5}{3}$

3

次の方程式を解きなさい。

$$(x+4)(x-1) = 5$$

$$x^2 + 3x - 9 = 0$$

$$x = \frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$$

答え $\frac{-3 \pm 3\sqrt{5}}{2}$

1

大小2つの整数があります。その差は8で、積は105になります。このとき、次の各問いに答えなさい。

(1) 小さいほうの数を x とするとき、大きいほうの数を x を使って表しなさい。

$$x + 8$$

(2) 方程式を立てなさい。

$$x(x + 8) = 105$$

(3) この2つの整数を求めなさい。
(計算)

$$x^2 + 8x - 105 = 0$$

$$(x + 15)(x - 7) = 0$$

$$x = 7$$

$$x = -15$$

$$x = 7$$

答え 7, 15 と -7, -15

2

ある自然数 x を2乗して8を加えるところ、 x に8を加えて2倍してしまいました。しかし、結果は同じになりました。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) 方程式を立てなさい。

$$2(x + 8) = x^2 + 8$$

(2) ある自然数 x を求めなさい。
(計算)

$$2(x + 8) = x^2 + 8$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4$$

$$x = -2$$

$x > 0$ なので

$$x = 4$$

答え 4

1

図のように、正方形の縦を 3 cm 短くして横を 4 cm 長くして長方形を作ったら、長方形の面積は 78 cm^2 になりました。もとの正方形の 1 辺の長さを求めなさい。
もとの正方形の 1 辺の長さを $x\text{ cm}$ としして方程式を立てて求めなさい。

(式)

$$(x-3)(x+4)=78$$

$$x^2 + x - 90 = 0$$

$$(x+10)(x-9)=0$$

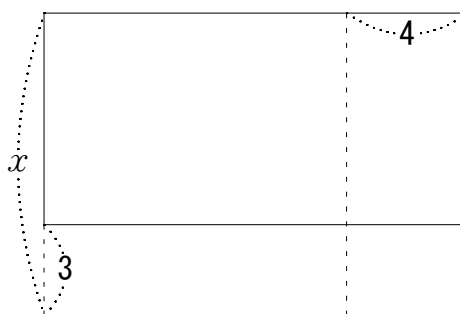
$$x=9$$

$$x=-10$$

$$x > 0 \text{ より}$$

$$x=9$$

答え 9 cm

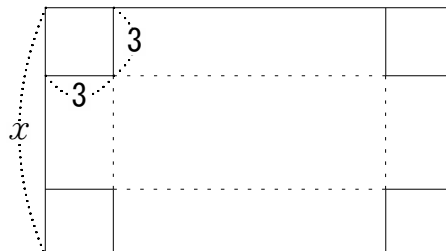
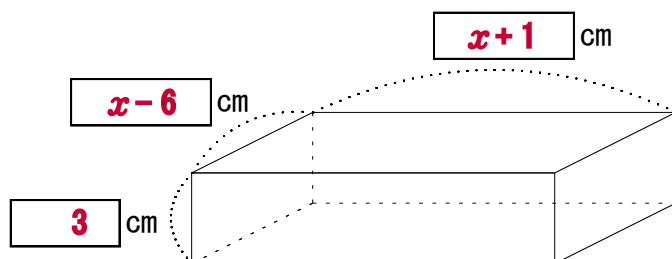


2

横が縦より 7 cm 長い長方形の紙があります。この紙の 4 すみから 1 辺が 3 cm の正方形を切り取り、直方体の容器を作ったら、容積が 180 cm^3 になりました。このとき、次の各問いに答えなさい。

- (1) 紙の縦を $x\text{ cm}$ としして、容器の縦、横、高さを求めなさい。

(見取り図)



- (2) 方程式を立てなさい。

$$3(x-6)(x+1)=180$$

- (3) 紙の縦の長さを求めなさい。

(計算) $x^2 - 5x - 66 = 0$

$$(x-11)(x+6)=0$$

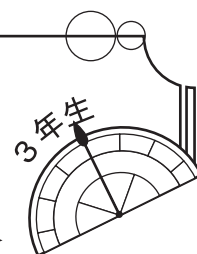
$$x=-6$$

$$x=11$$

$$x > 0 \text{ より}$$

$$x=11$$

答え 11 cm



1

$AB = 12 \text{ cm}$ 、 $BC = 8 \text{ cm}$ 、 $\angle B = 90^\circ$ の直角三角形 ABC で、点 P は A から B まで毎秒 1 cm の速さで動き、点 Q は B から C まで毎秒 2 cm の速さで動きます。点 P 、 Q が同時に動き出すとき、次の問いに答えなさい。

- (1) 点 P 、 Q が同時に動き出して、 x 秒後の PB 、 BQ の長さを x を使った式で表しなさい。

$$PB = 12 - x$$

$$BQ = 2x$$

- (2) $\triangle PBQ$ の面積が 20 cm^2 になるのが何秒後か求めなさい。

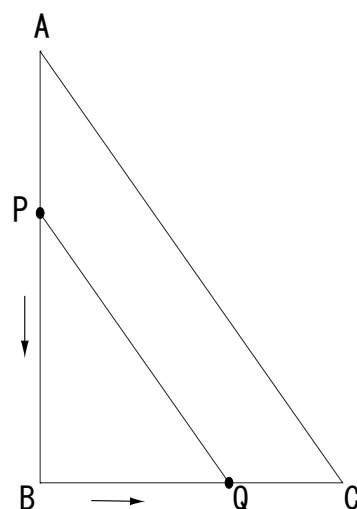
$$\frac{2x \times (12 - x)}{2} = 20$$

$$x = 2, 10$$

$$x \leq 4 \text{ なので、}$$

$$x = 2$$

答え 2秒後



2

2 次方程式 $x^2 - 6x + a = 0$ の解の一つは、 $3 + \sqrt{5}$ です。このとき、 a の値と、もう一つの解を求めなさい。

$$a = 4$$

$$x = 3 - \sqrt{5}$$