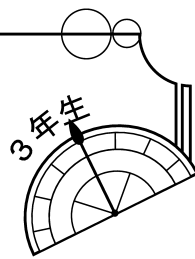


三平方の定理の証明(1)

年 組 番

氏名



1

三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ を、以下の図を利用して証明しなさい。

正方形 ABCD の面積を次の 2 通りで考える。

- (1) 1 つの大きな正方形として考えると正方形 ABCD の一辺の長さは、

$$a + b$$

よって、面積は、

$$a^2 + 2ab + b^2$$

- (2) 小さな正方形と 4 つの直角三角形として考えると

正方形 EFGH の一辺の長さは

$$c$$

よって面積は

$$c^2$$

$\triangle AEH$ の底辺を b とすると高さは

$$a$$

よって面積は

$$\frac{ab}{2}$$

これが 4 つあるので

$$2ab$$

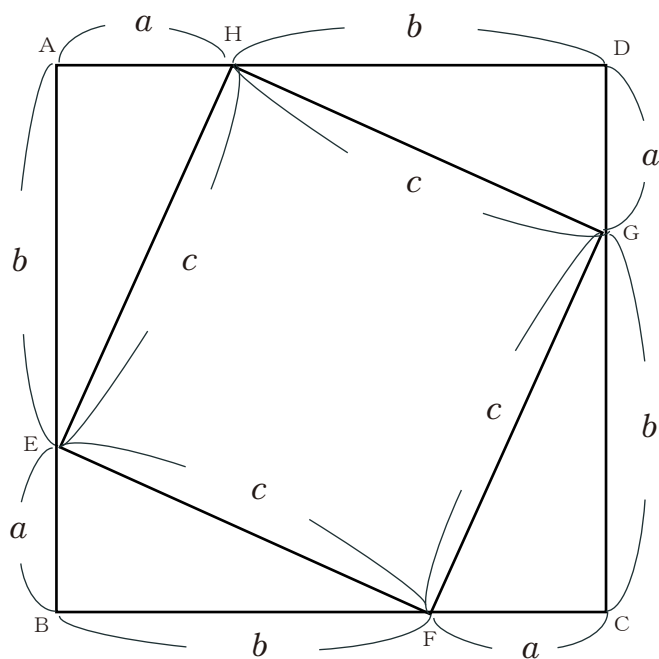
- (1) と (2) は同じ面積であるはずなので、

$$a^2 + 2ab + b^2$$

=

$$c^2 + 2ab$$

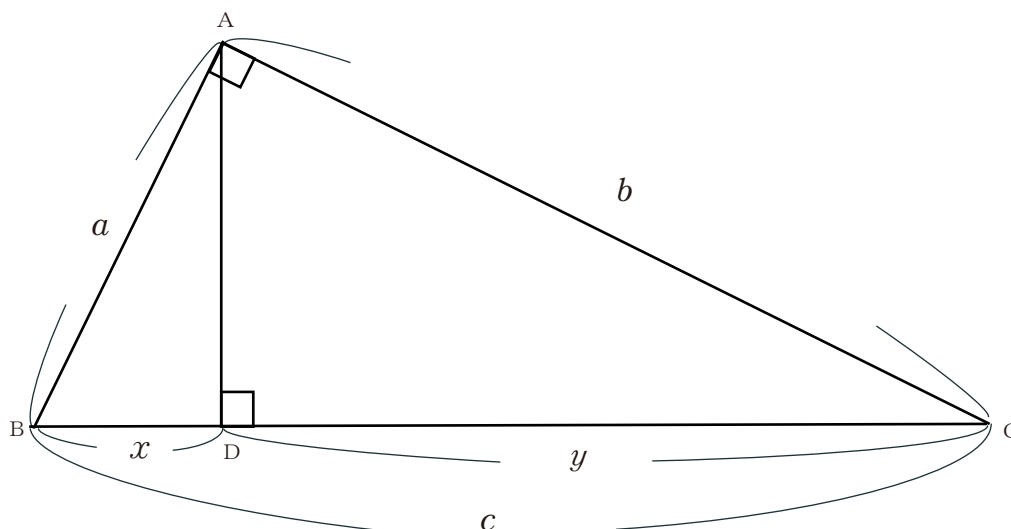
よって、 $a^2 + b^2 = c^2$ である。





1

三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ を、相似比の考え方を利用して証明しなさい。



$\triangle ABC \sim \triangle DAB$ より

$$c : a = \boxed{a} : \boxed{x}$$

$$\boxed{a^2} = cx \quad \dots \text{①}$$

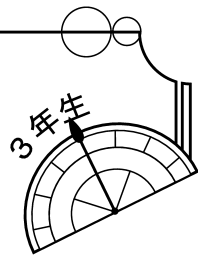
$\triangle ABC \sim \triangle DAC$

$$c : \boxed{b} = b : y$$

$$\boxed{b^2} = cy$$

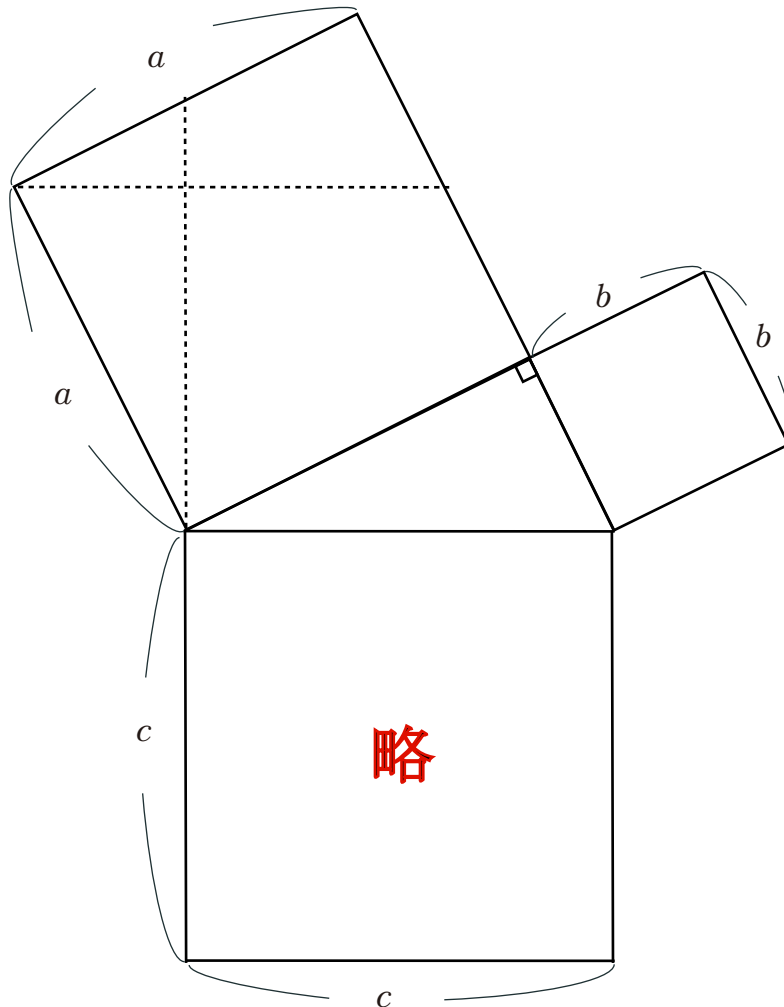
$$\text{①②より} \quad a^2 + b^2 = \boxed{cx + cy} = \boxed{c(x+y)}$$

よって、 $a^2 + b^2 = c^2$ である。



1

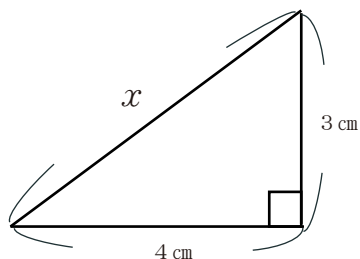
三平方の定理 $a^2 + b^2 = c^2$ を、以下の図を利用して確認しなさい。



切り取って、面積が同じになることを確認しましょう。



1 次の図で x の値を求めなさい。



三平方の定理より

$$x^2 = 4^2 + 3^2 \\ = 16 + 9$$

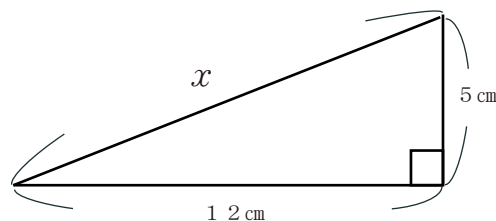
$$= \boxed{25}$$

$x > 0$ だから

$$x = \boxed{5}$$

答え **5 cm**

2 次の図で x の値を求めなさい。



三平方の定理より

$$x^2 = 12^2 + 5^2$$

$$= 144 + 25$$

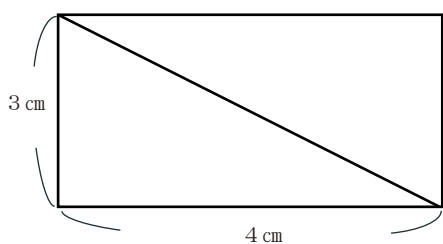
$$= 169$$

$x > 0$ だから

$$x = 13$$

答え **13 cm**

3 次の長方形の対角線の長さを求めなさい。



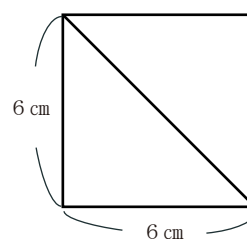
対角線の長さを x cmとすると
三平方の定理より、

$$x^2 = 3^2 + 4^2 \\ = 25$$

$x > 0$ だから $x = 5$

答え **5 cm**

4 次の正方形の対角線の長さを求めなさい。



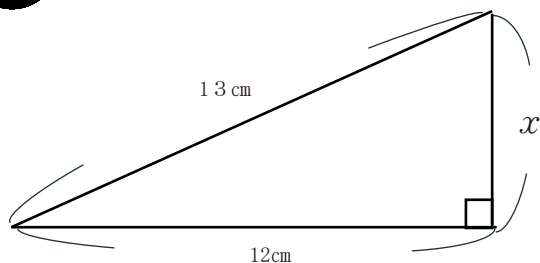
対角線の長さを x cmとすると
三平方の定理より、

$$x^2 = 6^2 + 6^2 \\ = 72$$

$x > 0$ だから

$$x = 6\sqrt{2}$$

答え **$x = 6\sqrt{2}$ cm**

1 次の図で x の値を求めなさい。

三平方の定理より

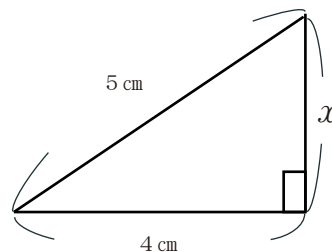
$$13^2 = x^2 + 12^2$$

$$x = 13^2 - 12^2$$

$$= \boxed{25}$$

 $x > 0$ だから

$$x = \boxed{5}$$

答え $\boxed{5 \text{ cm}}$ 2 次の図で x の値を求めなさい。

三平方の定理より

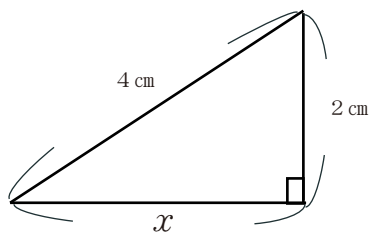
$$5^2 = x^2 + 4^2$$

$$x^2 = 25 - 16$$

$$= 9$$

 $x > 0$ だから

$$x = 3$$

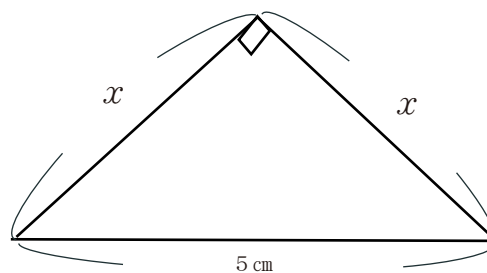
答え $\boxed{3 \text{ cm}}$ 3 次の図で x の値を求めなさい。

三平方の定理より

$$4^2 = x^2 + 2^2$$

$$x^2 = 16 - 4 = 12$$

$$x > 0 \text{ だから } x = 2\sqrt{3}$$

答え $\boxed{2\sqrt{3} \text{ cm}}$ 4 次の図で x の値を求めなさい。

三平方の定理より

$$5^2 = x^2 + x^2$$

$$x^2 = \frac{25}{2}$$

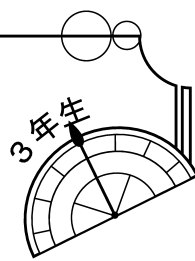
$$x > 0 \text{ だから } x = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

答え $\boxed{\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ cm}}$

三平方の定理の逆

年 組 番

氏名



1 次の長さを3辺とする三角形で直角三角形になるものを選び、記号で答えなさい。

- (1) 2 cm、4 cm、3 cm
 (2) $\sqrt{3}$ cm、 $\sqrt{7}$ cm、 $\sqrt{10}$ cm
 (3) 17 cm、15 cm、8 cm

(1) 最も長い辺を2乗すると、

$$4^2 = \boxed{16} \dots \textcircled{1}$$

残りの2辺を2乗した和は

$$2^2 + 3^2 = \boxed{13} \dots \textcircled{2}$$

①と②は等しくないので、(1)は直角三角形ではない。

(2) 最も長い辺を2乗すると、

$$(\sqrt{10})^2 = \boxed{10} \dots \textcircled{1}$$

残りの2辺を2乗した和は

$$(\sqrt{3})^2 + (\sqrt{7})^2 = \boxed{10} \dots \textcircled{2}$$

①と②は等しいので、(2)は直角三角形である。

(3) 最も長い辺を2乗すると、

$$\boxed{17^2 = 289} \dots \textcircled{1}$$

残りの2辺を2乗した和は

$$\boxed{15^2 + 8^2 = 289} \dots \textcircled{2}$$

①と②は、

等しいので、(3)は直角三角形である。

答え 直角三角形は **(2) と (3)**

2 次の長さを3辺とする三角形で直角三角形になるものを選び、記号で答えなさい。

- (1) $\sqrt{6}$ cm、2 cm、 $\sqrt{3}$ cm
 (2) $\sqrt{3}$ cm、2 cm、1 cm
 (3) $2\sqrt{3}$ cm、 $2\sqrt{6}$ cm、 $2\sqrt{3}$ cm

(1) 最も長い辺を2乗すると、

$$\sqrt{6}^2 = 6 \dots \textcircled{1}$$

残りの2辺を2乗した和は

$$2^2 + \sqrt{3}^2 = 7 \dots \textcircled{2}$$

①と②は等しくないので、(1)は直角三角形ではない。

(2) 最も長い辺を2乗すると、

$$2^2 = 4 \dots \textcircled{1}$$

残りの2辺を2乗した和は

$$(\sqrt{3})^2 + 1^2 = 4 \dots \textcircled{2}$$

①と②は等しいので、(2)は直角三角形である。

(3) 最も長い辺を2乗すると、

$$(2\sqrt{6})^2 = 24 \dots \textcircled{1}$$

残りの2辺を2乗した和は

$$(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 = 24 \dots \textcircled{2}$$

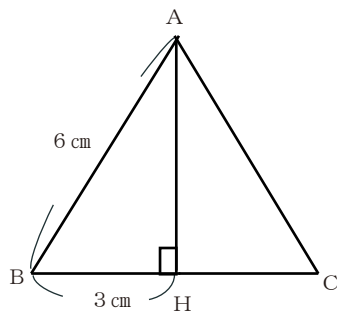
①と②は、等しいので、(3)は直角三角形である。

答え 直角三角形は **(2) と (3)**



1

1 辺の長さが 6 cm の正三角形について以下の問いに答えなさい、



(1) 高さ AH を求めなさい。

AH = x cm とすると三平方の定理より

$$3^2 + x^2 = 6^2$$

$$x^2 = 36 - 9$$

$$= 27$$

$x > 0$ だから

$$x = 3\sqrt{3}$$

答え $3\sqrt{3}$ cm

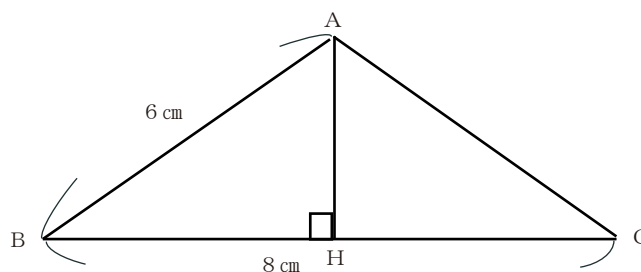
(2) 三角形 ABC の面積を求めなさい。

$$6 \times 3\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{3}$$

答え $9\sqrt{3}$ cm²

2

次の二等辺三角形について以下の問いに答えなさい。



(1) 高さ AH を求めなさい。

AH = x cm とすると三平方の定理より

$$4^2 + x^2 = 6^2$$

$$x^2 = 36 - 16$$

$$= 20$$

$x > 0$ だから

$$x = 2\sqrt{5}$$

答え $2\sqrt{5}$ cm

(2) 三角形 ABC の面積を求めなさい。

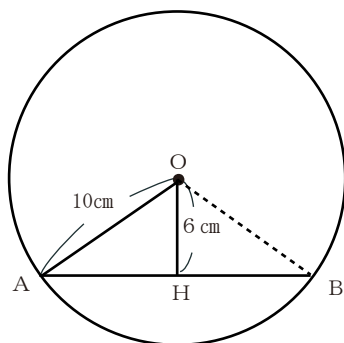
$$8 \times 2\sqrt{5} \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{5}$$

答え $8\sqrt{5}$ cm²



1

半径10cmの円の中心から、6 cmの距離にある弦の長さを求めなさい。



円の中心Oから弦ABに垂線OHをひくと

△OAHは直角三角形だから、

AH = x cm とすると、三平方の定理より

$$x^2 + 6^2 = 10^2$$

$$x^2 = \boxed{100 - 36}$$

$$= \boxed{64}$$

$x > 0$ だから

$$x = \boxed{8}$$

弦ABはAHの2倍だから

$$AB = \boxed{8} \times 2$$

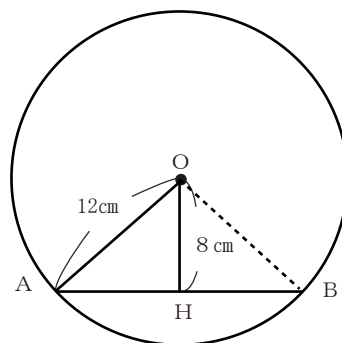
$$= \boxed{16}$$

答え

16 cm

2

半径12cmの円の中心から、8 cmの距離にある弦の長さを求めなさい。



円の中心Oから弦ABに垂線OHをひくと

△OAHは直角三角形だから、

AH = x cm とすると、三平方の定理より

$$x^2 + 8^2 = 12^2$$

$$x^2 = \boxed{144 - 64}$$

$$= \boxed{80}$$

$x > 0$ だから

$$x = \boxed{4\sqrt{5}}$$

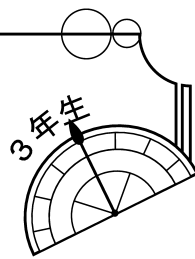
弦ABはAHの2倍だから

$$AB = \boxed{4\sqrt{5}} \times 2$$

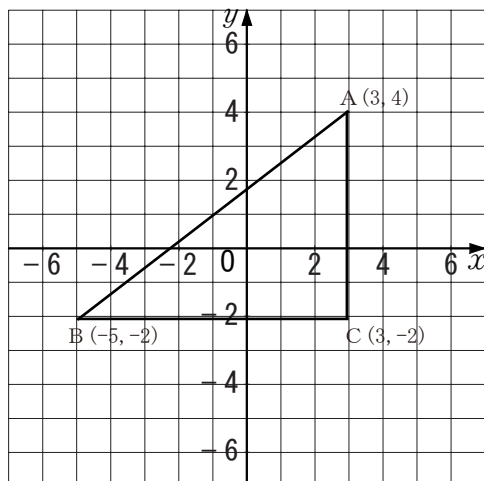
$$= \boxed{8\sqrt{5}}$$

答え

 $8\sqrt{5}$ cm



- 1 次の座標平面について、以下の問いに答えなさい。



- (1) BCの長さを求めなさい。

x 軸方向の長さを見ればよいので

$$BC = 3 - (-5)$$

$$= \boxed{8}$$

- (2) ACの長さを求めなさい。

y 軸方向の長さを見ればよいので

$$AC = 4 - (-2)$$

$$= \boxed{6}$$

- (3) ABの長さを求めなさい。

三平方の定理より

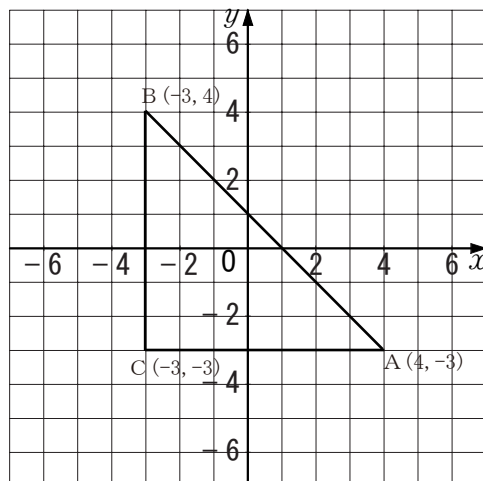
$$(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$$

$$= \boxed{64 + 36} = \boxed{100}$$

$AB > 0$ なので

$$AB = \boxed{10}$$

- 2 次の座標平面について、以下の問いに答えなさい。



- (1) ACの長さを求めなさい。

x 軸方向の長さを見ればよいので

$$AC = 4 - (-3)$$

$$= 7$$

- (2) BCの長さを求めなさい。

y 軸方向の長さを見ればよいので

$$BC = 4 - (-3)$$

$$= 7$$

- (3) ABの長さを求めなさい。

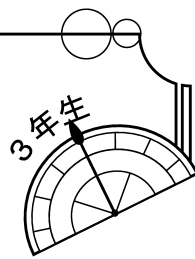
三平方の定理より

$$(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$$

$$= 49 + 49 = 98$$

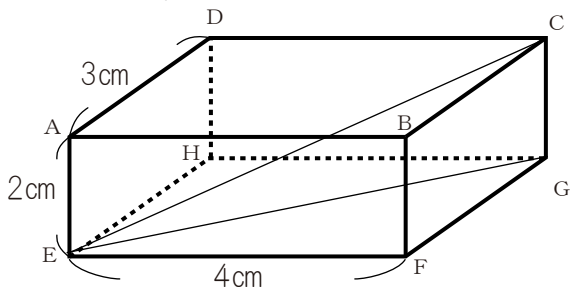
$AB > 0$ なので

$$AB = 7\sqrt{2}$$



1

次の直方体について以下の問いに答えなさい。



(1) 線分EGの長さを求めなさい。

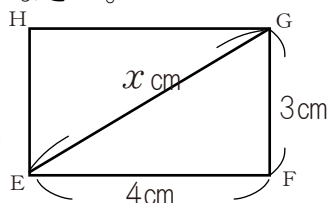
EG = x cm とすると、
 $\triangle EFG$ は直角三角形
 なので、三平方の定理より

$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

$$= \boxed{25}$$

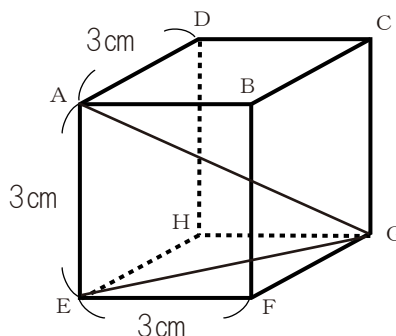
 $x > 0$ だから

$$x = \boxed{5}$$

 答え $\boxed{5 \text{ cm}}$


2

次の立方体について以下の問いに答えなさい。



(1) 線分EGの長さを求めなさい。

EG = x cm とすると、
 $\triangle EFG$ は直角三角形
 なので、三平方の定理より

$$x^2 = 3^2 + 3^2$$

$$= 18$$

 $x > 0$ だから

$$x = 3\sqrt{2}$$

 答え $\boxed{3\sqrt{2} \text{ cm}}$

(2) この立方体の対角線AGの長さを求めなさい。

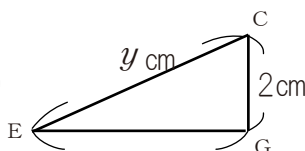
AG = y cm とすると、
 $\triangle AEG$ は直角三角形
 なので、三平方の定理より

$$y^2 = 2^2 + \boxed{5}^2$$

$$= \boxed{29}$$

 $y > 0$ だから

$$y = \boxed{\sqrt{29}}$$

 答え $\boxed{\sqrt{29} \text{ cm}}$


AG = y cm とすると、
 $\triangle AEG$ は直角三角形
 なので、三平方の定理より

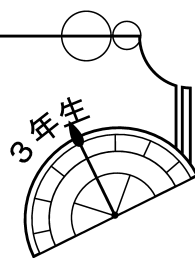
$$y^2 = 3^2 + (3\sqrt{2})^2$$

$$= 27$$

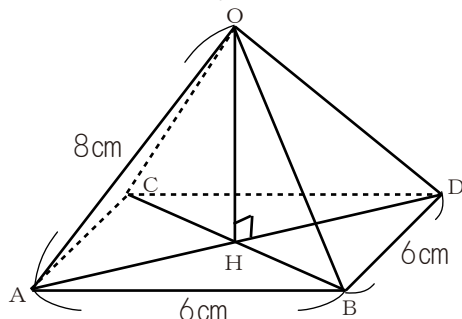
 $y > 0$ だから

$$y = 3\sqrt{3}$$

 答え $\boxed{3\sqrt{3} \text{ cm}}$

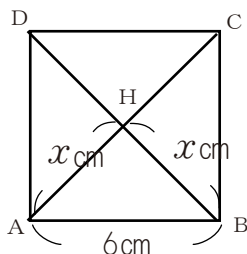


- 1 次の正四角錐OABCDについて以下の問いに答えなさい。



- (1) 線分AHの長さを求めなさい。

底面ABCDは正方形なので、AHの長さを x cm とすると、三平方の定理より



$$x^2 + x^2 = 6^2$$

$$2x^2 = \boxed{36}$$

$$x^2 = \boxed{18}$$

$$x > 0 \text{ だから } x = \boxed{3\sqrt{2}}$$

$$\text{答え } \boxed{3\sqrt{2} \text{ cm}}$$

- (2) 高さOHを求めなさい。

OHの高さを y cm とすると、三平方の定理より

$$y^2 + \boxed{3\sqrt{2}}^2 = 8^2$$

$$y^2 = \boxed{46}$$

$$y > 0 \text{ だから } y = \boxed{\sqrt{46}}$$

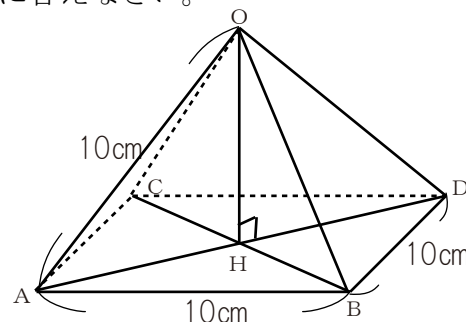
$$\text{答え } \boxed{\sqrt{46} \text{ cm}}$$

- (3) この四角錐の体積を求めなさい。

$$6 \times 6 \times \boxed{\sqrt{46}} \times \frac{1}{3}$$

$$\text{答え } \boxed{12\sqrt{46} \text{ cm}^3}$$

- 2 次の正四角錐OABCDについて以下の問いに答えなさい。



- (1) 線分AHの長さを求めなさい。

底面ABCDは正方形なので、AHの長さを x cm とすると、三平方の定理より

$$x^2 + x^2 = 10^2$$

$$2x^2 = 100$$

$$x^2 = 50$$

$$x > 0 \text{ だから } x = 5\sqrt{2}$$

$$\text{答え } \boxed{5\sqrt{2} \text{ cm}}$$

- (2) 高さOHを求めなさい。

OHの高さを y cm とすると、三平方の定理より

$$y^2 + (5\sqrt{2})^2 = 10^2$$

$$y^2 = 50$$

$$y > 0 \text{ だから } y = 5\sqrt{2}$$

$$\text{答え } \boxed{5\sqrt{2} \text{ cm}}$$

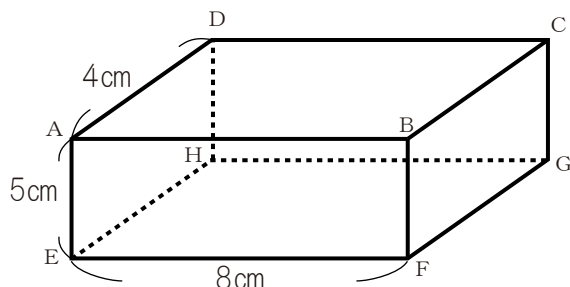
- (3) この正四角錐の体積を求めなさい。

$$10 \times 10 \times 5\sqrt{2} \times \frac{1}{3} = \frac{500\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{答え } \boxed{\frac{500\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3}$$



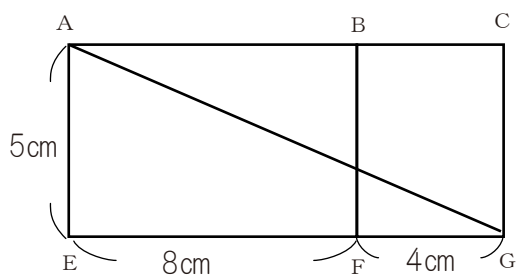
1 次の直方体について以下の問いに答えなさい。



(1) Aから辺BF上の点を通してGへいたる最短距離を求めなさい。

(2) Dから辺AB上の点を通してFにいたる最短距離を求めなさい。

展開図で考えると



AFの長さを x cmとすると、
三平方の定理より

$$x^2 = 8^2 + (4 + 5)^2$$

$$= 145$$

$x > 0$ だから

$$x = \sqrt{145}$$

AGの長さを x cmとすると、三平方の定理より

$$x^2 = 5^2 + (8 + 4)^2$$

$$= \boxed{169}$$

$x > 0$ だから

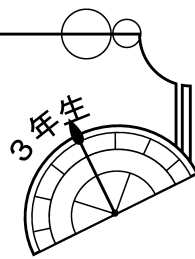
$$x = \boxed{13}$$

答え

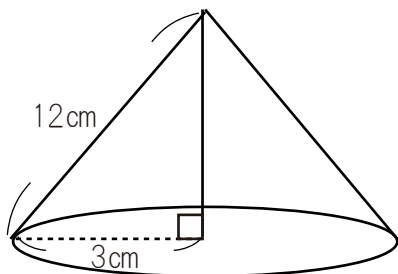
13 cm

答え

$\sqrt{145}$ cm



- 1 底面の半径が 3 cm、母線の長さが 12 cm の円錐について、以下の問いに答えなさい。



- (1) この円錐の底面積を求めなさい。

円の面積 = 半径 × 半径 × 円周率

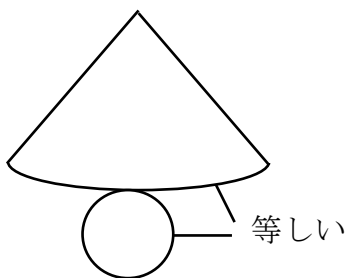
$$3 \times 3 \times \pi = 9\pi$$

答え

$$9\pi \text{ cm}^2$$

- (2) この円錐の側面積を求めなさい。

展開図で考えると、



おうぎ形の弧の長さは、底面の円周に等しいので、

$$3 \times 2 \times \pi = 6\pi$$

これは、半径 12 cm の円の円周の $\frac{6\pi}{24\pi} = \frac{1}{4}$

よって、おうぎ形の面積は

$$12 \times 12 \times \pi \times \frac{1}{4} = 36\pi$$

答え

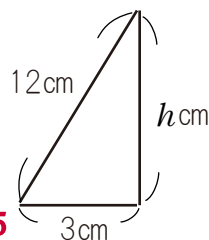
$$36\pi \text{ cm}^2$$

- (3) この円錐の高さを h cm とすると、三平方の定理より

$$h^2 + 3^2 = 12^2$$

$$h^2 = 135$$

$$h > 0 \text{ だから } h = 3\sqrt{15}$$



答え

$$3\sqrt{15} \text{ cm}$$

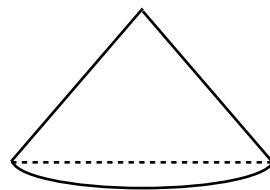
- (4) この円錐の体積を求めなさい。

$$9\pi \times 3\sqrt{15} \times \frac{1}{3} = 9\sqrt{15}\pi$$

答え

$$9\sqrt{15}\pi \text{ cm}^3$$

- (5) 底面の円周上の点から円錐の側面を通ってもとに戻るときの最短距離を求めなさい。



展開図で考えたときの、上の点線が最短距離
(2) より中心角は、

$$360 \times \frac{1}{4} = 90^\circ$$

求める値を x cm とすると三平方の定理より

$$x^2 = 12^2 + 12^2$$

$$= 288$$

$$x > 0 \text{ だから } x = 12\sqrt{2}$$

答え

$$12\sqrt{2} \text{ cm}$$